

18.06 Professor Strang

Kısa Sınav 1

28 Şubat 2005

1. (26 Puan) A genel satır işlemleri ile $R = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 'ye indirgenmiş olsun.

Orijinal Bu sisteminin orijinal A yı içeren tam çözümünü (eğer bir çözüm varsa) bulunuz:

$$Ax = A'nın sütunları toplamı$$

2. (18 puan) 4'e 4'lük A ve B matrisleri aynı sütun uzayına sahip olsunlar. Sütunları aynı olmayabilir!

a) Aynı sayıda pivotları olduğu kesinlikle doğru mudur? EVET HAYIR NEDEN?

b) Aynı sıfır uzayına sahip oldukları kesinlikle doğru mudur? EVET HAYIR NEDEN?

c) Eğer A'nın tersi varsa, B'nin de tersi kesinlikle var mıdır? EVET HAYIR NEDEN?

3. (40 puan) a) A matrisini üst üçgensel U matrisine indirgeyin ve aynı yoketme adımlarını sağ taraftaki b'ye de uygulayın:

$$[A \ b] = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 1 & b_1 \\ 3 & 5 & 1 & b_2 \\ -3 & 3 & 2 & b_3 \end{bmatrix} \rightarrow [U \ c]$$

3'e 3'lük A matrisini LU=(alt üçgensel)(üst üçgensel) olacak şekilde çarpanlarına ayırın.

b) Eğer A'nın son elemanını 2'den _____'e (hangi sayı A_{yeni} 'yi verir) değiştirirseniz, A_{yeni} tekil olur. Sütun uzayını tam olarak açıklayın.

c) b kısmında bulunan tekil durumda, b_1, b_2, b_3 'e bağlı hangi koşul(lar)da $A_{yeni} x = b$ çözülebilir?

d) $A_{yeni} x = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -3 \end{bmatrix}$ (ilk sütun) için tam çözümü yazın.

4. (16 puan) 7'ye 4'lük A matrisinin sütunları doğrusal bağımsız olsun.

a) Satır işlemleri ile A 'yı U ya da R 'ye indirgeyin, kaç tane satır tamamen sıfırlardan oluşur (ya da bunu söyleyebilmek mümkün müdür) ?

b) A 'nın satır uzayı nedir? $A^T y = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ denkleminin neden kesinlikle çözülebilir olduğunu açıklayın.