

MASSACHUSETTS TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ

Fizik Bölümü

Fizik 8.04

Bahar 2006

SINAV 2

Salı, Mart 14, 2006

11:00-12:30

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

SOYADI

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

ADI

| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

Öğrenci No.

Talimat:

1. TUM ÇABANIZI GÖSTERİN. Tüm cevaplar sınav kitapçığında gösterilmelidir?
2. Bu kapalı bir sınavdır.
3. KİTAPLAR, NOTLAR, BİLGİSAYAR ve CEP TELEFONLARINA İZİN VERİLMEMİŞTİR.
4. Bütün soruları cevaplayınız.
5. Sınav süresi 90 dak.dır. Cevap kağıtları, 12:30'da toplanacaktır.

| Soru | En fazla | Not | Not veren |
|---------------|----------|-----|-----------|
| 1 | 30 | | |
| 2 | 30 | | |
| 3 | 20 | | |
| 4 | 20 | | |
| TOPLAM | 100 | | |

MASSACHUSETTS TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ

Bahar 2006
Sınav 02

Fizik 8.04

Vuletic
Sayfa 2(6)

A. Seçilmiş Bağlıntılar

Zamana bağlı Schrödinger denklemi:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x,t) = \hat{H}\Psi(x,t)$$

Zamandan bağımsız Schrödinger denklemi:

$$\hat{H}\psi(x) = E\psi(x)$$

Hamilton işlemcisinin konum temsili:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial}{\partial x} \right)^2 + V(x)$$

Momentum işlemcisinin konum temsili:

$$\hat{p} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial x}$$

Konum işlemcisinin momentum temsili:

$$\hat{x} = i\hbar \frac{\partial}{\partial p}$$

Olasılık akımı

$$J(x,t) = \frac{\hbar}{2im} \left(\Psi^*(x,t) \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial \Psi^*(x,t)}{\partial x} \Psi(x,t) \right)$$

Fourier dönüşümü

$$\phi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) e^{-ikx} dx \quad \psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(k) e^{ikx} dk$$

Heisenberg belirsizliği

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Bir niceliğin belirsizliği

$$(\Delta x)^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

Sonsuz potansiyel kuyusu

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{başka yerde} \end{cases}$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2ma^2} n^2$$

$$u_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin(n\pi \frac{x}{a})$$

Açınım katsayıları

$$c_n = \int_{-\infty}^{\infty} u_n^*(x) \psi(x) dx$$

Delta fonksiyon potansiyeli $V(x) = A\delta(x)$

$$\psi'(+\varepsilon) - \psi'(-\varepsilon) = \frac{2mA}{\hbar^2} \psi(0)$$

p ve x anında sıra değiştirici

$$[\hat{p}, \hat{x}] = \frac{\hbar}{i}$$

Hermite-sel ek işlemci

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx (\hat{A}^+ \psi_1(x))^* \psi_2(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \psi_1^*(x) \hat{A} \psi_2(x)$$

Pratik sınavda kıyaslanmış ilave formüllere dikkat ediniz.

MASSACHUSETTS TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ

Bahar 2006
Sınav 02

Fizik 8.04

Vuletic
Sayfa 3(6)

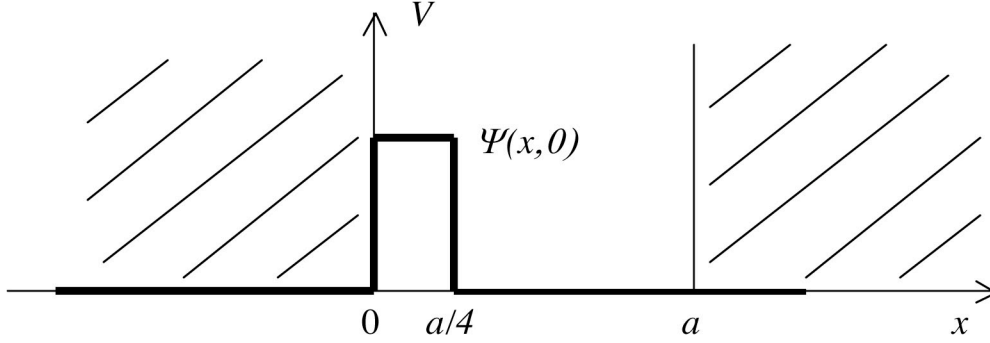
1. Sonsuz bir kuyuda zaman evrimi (30puan)

a genişliğindeki tek boyutlu bir sonsuz potansiyel kuyusundaki m kütleli bir parçacık

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{başka yerde} \end{cases}$$

potansiyeli ile veriliyor $t=0$ 'da parçacığın, kutunun en soldaki çeyreğinde bulunduğunu kabul ediniz,

$$\Psi(x, t=0) = \begin{cases} \sqrt{4/a} & 0 \leq x \leq a/4 \\ 0 & \text{başka yerde} \end{cases}$$



Bu potansiyel için öz fonksiyon ve öz enerjiler, bu sınavın bağıntılar kısmında verilmiştir.

- (10puan) Enerji öz fonksiyonları cinsinden $\Psi(x,0)$ dalga fonksiyonunun açılımını yazınız ve c_n açılım katsayılarını açıkça hesaplayınız.
- (5puan) Daha sonraki keyfi t zamanında $\Psi(x,t)$ için bir ifade veriniz.
- (5puan) Eğer bir enerji ölçümü yapılmışsa, hangi değerler gözlemlenecektir ve hangi olasılıklardadır? Hiçbir zaman gözlemlenmeyecek enerji öz değerleri var mıdır ?
- (3puan) Zamanla değişen $\langle p \rangle$ bekliyormusunuz, niçin ve niçin değil?
- (7puan) Enerjinin tersinin, $\langle \frac{1}{E} \rangle$ beklenti değerinin zamanın bir fonksiyonu olarak ifade eden bir bağıntı yazınız.

Aşağıdaki formüller kullanışlı olabilir:

$$\sin^2\left(\frac{y}{2}\right) = \frac{1}{2}(1 - \cos y)$$

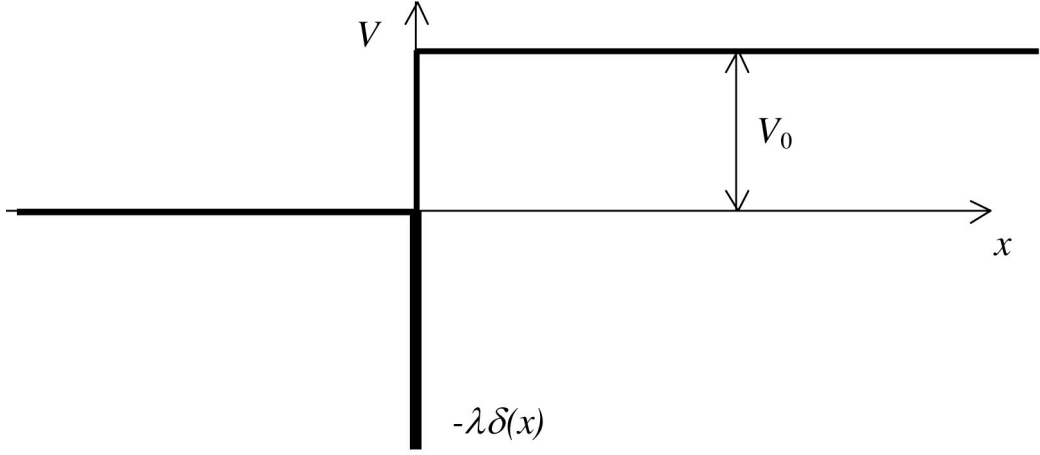
$$\frac{32}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} \sin^4\left(\frac{n\pi}{8}\right) = 0.167$$

2. **Delta fonksiyonu ve basamak potansiyeli bağlı –durum problemi** (30puan)
Başlangıç noktasında iyice yerleşik çekimi bir delta fonksiyonu aynı yerdeki bir potansiyel basamağı

$$V(x) = -\lambda\delta(x) + V_0\theta(x),$$

ile üst üste binmiştir ki, burada $\theta(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \text{ için} \\ 1, & x \geq 0 \text{ için} \end{cases}$

basamak fonksiyonudur, ve λ_0, V_0 pozitif niceliklerdir.



- (5puan) Bir bağlı-durum problemi için, $x > 0$ ve $x < 0$ bölgelerinde dalga fonksiyonlarını yazınız. Şart bir bağlı durum $E < V_0$ için midir niçin ?
- (3puan) λ sabitinin birimleri nelerdir ?
- (7puan) $x = 0$ daki dalga fonksiyon çakışma şartlarını yazınız.
- (5puan) Hesap yapmadan, dalga fonksiyonlarının bilgisini kullanarak bağlı durum için $\langle x \rangle < 0$, $\langle x \rangle = 0$ veya $\langle x \rangle > 0$ 'dan hangisini bulacağınıza karar veriniz.
- (10puan) Bağlı durumun enerjisini, temel sabitler ve λ, V_0, m cinsinden belirleyen bir denklemleri bulunuz.

3. İşlemciler ve sıra değiştirme bağlantıları (20puan)

Bir \hat{A} işlemcisi, $\hat{A} = a\hat{x} + ib\hat{p}$ olarak tanımlanmıştır ki burada a, b gerçek sayılardır. Buna göre,

- (8puan) Hermite-sel ek işlemci \hat{A}^+ nedir ?
- (12puan) $[\hat{A}, \hat{A}]$, $[\hat{A}, \hat{x}]$ ve $[\hat{A}, \hat{p}]$ sıra değiştiricilerini hesaplayınız.

4. **Momentum dalga fonksiyonuna uygulanmış üssel çarpan** (20 puan)

$\langle x \rangle = \langle x_0 \rangle$ ve $\langle p \rangle = \langle p_0 \rangle$ olacak şekilde, $\phi(p)$ momentum uzayında bir-boyutlu bir dalga fonksiyonu ele alalım, burada x_0 ve p_0 sabitlerdir. Yeni bir momentum uzayı dalga fonksiyonu $\phi_I(p) = \phi(p) \exp(ipx_1/\hbar)$ x_1 gerçel olacak şekilde tanımlayalım.

- (5 puan) ϕ_I dalga fonksiyonu için $\langle p \rangle$ beklenti değeri, yukarıda verilen nicelikler cinsinden nedir?
- (10 puan) ϕ_I dalga fonksiyonu için $\langle x \rangle$ beklenti değeri, yukarıda verilen nicelikler cinsinden nedir?
- (5 puan) a) ve b) şıkkındaki sonuçlara dayanarak, momentum uzayındaki bir dalga fonksiyonuna uygulanan $\exp(ipx_1/\hbar)$ çarpanının fiziksel önemini, bir veya iki cümleyle yorumlayınız.