**A. Seçilmiş bağıntılar**

Zamana bağlı Schrödinger denklemi: $i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\Psi(x,t) = \hat{H}\Psi(x,t)$

Zamandan bağımsız Schrödinger denklemi: $\hat{H}\psi(x) = E\psi(x)$

Hamilton işlemcisinin konum temsili $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 + V(x)$

Momentum işlemcisinin konum temsili $\hat{p} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}$

Konum işlemcisinin momentum temsili $\hat{x} = i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$

Olasılık akımı $J(x,t) = \frac{\hbar}{2im}\left(\Psi^*(x,t)\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial\Psi^*(x,t)}{\partial x}\Psi(x,t)\right)$

Fourier dönüşümü $\phi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\psi(x)e^{-ikx}dx$

Ters Fourier dönüşümü $\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(k)e^{ikx}dk$

Heisenberg belirsizliği $\Delta x\Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

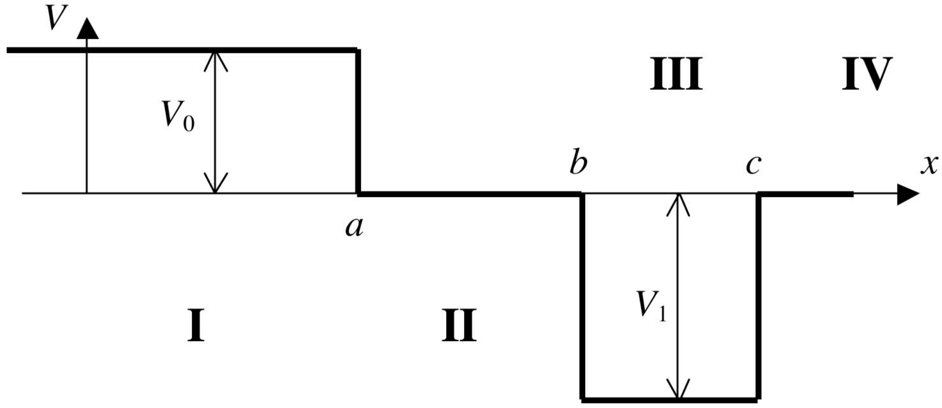
Bir niceliğin belirsizliği $(\Delta x)^2 = \langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2$

Sonsuz potansiyel kuyu $V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{başka yerde} \end{cases}$

$$E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}n^2$$

$$u_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}}\sin(n\pi\frac{x}{a})$$

1. **Parçalı sürekli sabit potansiyel için dalga fonksiyonları** (20 puan)




Yukarıda çizili potansiyelli <u>saçınma problemini</u> ele alalım, ve m kütleli parçacığın $E$ enerjisini $V_0$ potansiyelinden daha az kabul edelim ($0<E< V_0$)

a) (5 puan) Schrödinger denklemini gerçekten çözmeden, parçacıklar sadece <u>*sağdan geliyorlarsa*</u>, I-IV farklı bölgelerinde, çözümleri teşkil ediniz. Dalga fonksiyonları için farklı bölgelerde bulduğunuz ifadelerde ortaya çıkan katsayıları, $\hbar$, m, $E$, $V_0$ ve $V_1$ cinsinden birbirleriyle ilgilendiriniz. (Sınır şartlarını hesaba henüz katmayınız)
b) (5 puan) $x=c$'de sınır şartlarını belirleyen denklemleri yazınız.
c) (5 puan) Bunun yerine, $b \le x \le c$ potansiyel kuyusunda, $E_b < 0$ olan bağlı durumların var olduğunu kabul ediniz. Bu durumda farklı bölgelerdeki çözümleri teşkil edip, dalga fonksiyonundaki bağıntılarda gözüken katsayıları, $\hbar$, m, $E_b$, $V_0$ ve $V_1$ cinsinden birbirleriyle ilgilendiriniz.
d) (5 puan) Aşağıdaki şıklardaki durumları kabul ederek, ilk uyarılmış durum için dalga fonksiyonunu çiziniz
i) ilk uyarılmış durum tam olarak zayıf bağlı;
ii) ilk uyarılmış durum derin olarak bağlıdır.

Bağlanma enerjisi $E_b$ veya $V_1$ üzerindeki hangi nitelikli şart, iki durumu birbirinden ayırt eder?

2. **Sonsuz bir kutu potansiyelde dalga fonksiyonunun zaman evirimi** (30 puan) .

Sonsuz duvarlı $a$ ebatlı bir kutudaki m kütleli bir parçacığı ele alalım,

$$V(x)=\begin{cases} 0 & 0\le x\le a \\ \infty & \text{başka yerde} \end{cases} .$$

$t$=0'da belirlenmiş dalga fonksiyonu,

$\psi(x,t=0) = C(3\sin 2kx - 2\sin 3kx)$ olup, burada $k = \pi/a$ dır. Buna göre

a) (5 puan) Normalleştirme sabiti $C$'yi bulunuz.
b) (5 puan) Dalga fonksiyonu başlangıcta $\psi(x,t=0)$ olup, bunu sonsuz kutudaki öz fonksiyonlar cinsinden açınıma tabi tutunuz, yani $c_n$ açınım katsayılarını tayin ediniz.
   Özfonksiyonlar bu sınavın bağıntı bölümünde verilmiştir.
c) (5 puan) Daha sonraki $t$ anında, $\psi(x,t)$'yi yazınız.
d) (7 puan) $t$ anında parçacık enerji ölçümü yapılmış ise, olası sonuçlar ne olacaktır, ve hangi olasılıkla bunlar ölçülebilecektir? Kutudaki parçacığın ortalama enerjisi $\langle E\rangle$ nedir? $\langle E\rangle$ bu ölçüm ile değişmiş midir ?
e) (8 puan) Başlangıç zamanındaki olasılık akımın $J(x,t=0)$ yi hesaplayınız. $J(x,t)$, C için seçilen kompleks faza bağlımıdır, degilse niçin değildir? J'nin değeri daha sonraki zamanlarda değişmeden kalır mı? Parçacığın, kutuyu J'deki bir matematiksel şart olarak terketmeyeceğini ifade ediniz.

3. **Momentum temsilinde kare dalga fonksiyonu** (25puan)

$t$=0'da verilen boşlukta ($V$=0) ki m kütleli bir parçacığın dalga fonksiyonu, dalga vektörü temsilinde

$$\phi(k) = \begin{cases} C & -k_0 \le k \le k_0 \\ 0 & \text{başka yerde} \end{cases}$$

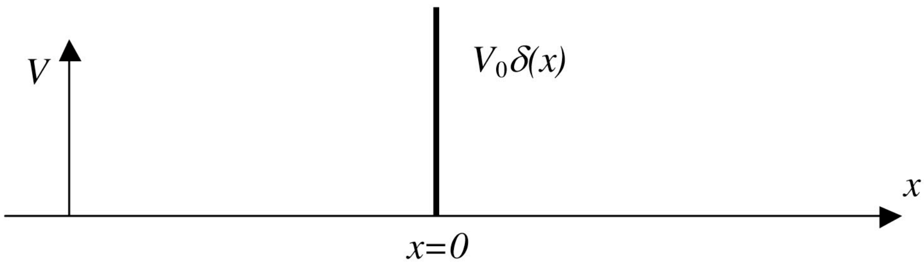
ifadesiyle veriliyor. Buna göre

a) (2 puan) Bir $C$ normalleştirme sabitini bulunuz.
b) (6 puan) Yukarıdaki dalga fonksiyonu için $\Delta p$'yi hesaplayınız.
c) (3 puan) İntegrali gerçekten almadan $t$=0 da konum uzayındaki $\psi(x,t=0)$ dalga fonksiyonu için bir ifade yazınız.
d) (5 puan) İntegrali gerçekten almadan keyfi bir $t$ anında konum uzayındaki $\psi(x,t)$ için bir ifade yazınız ve bir cümle ile $\psi(x,t)$'yi niçin bu şekilde yazdığınızı açıklayınız.
e) (9 puan) b) şıkkındaki ifadeyi kullanarak $\psi(x,0)$'ı hesaplayınız ve olasılık yoğunluğunu, konum uzayında çiziniz.

4. **İtici bir δ-potansiyelinden saçınma** (25puan)
Her birinin kütlesi m ve enerjisi $E > 0$ olan bir parçacıklar demeti, başlangıç merkezinde konumlanmış bir itici delta potansiyeline düşmektedir. Potansiyel

$$V(x) = V_0\,\delta(x)$$

olup, $V_0 > 0$ dır.




a) (3 puan) Soldan gelen bir parçacıkla, x<0 ve x>0 bölgelerindeki dalga fonksiyonlarını durağan saçındırma problemi için, yazınız.
b) (3 puan) $V_0$ sabitinin birimleri nedir?
c) (4 puan) $R$ yansıma ve $T$ geçirgenlik katsayısı olmak üzere $R+T=1$ olduğu bu proglem için geçerlimidir? Burada sırasıyla yansıyan ve geçirilen parçacıkların kesirsel kısmı olarak tanımlanmıştır.
d) (5 puan) x<0 bölgesinde <u>*net*</u> akımı gelen genlik $A$, parçacık enerjisi $E$, m kütlesi $R$ yansıma katsayısı ve $T$ geçirgenlik katsayısı ve temel sabitler cinsinden ifade ederek yazınız. Dalga fonksiyonunu o şekilde normalleştiriniz ki, x<0 bölgesinde gelen parçacık yoğunluğu her deBroglie dalga boyu başına bir parçacık karşı gelsin. Bu duruma karşı gelen akım nedir?
e) (10 puan) Bu itici potansiyel tarafından yansıtılmış gelen demetteki parçacıkların kesrini hesaplayınız yani yansıma katsayısı $R$ bulunuz. Yanıtınızı $E$,m,$V_0$ ve temel sabitler cinsinden yazınız. Sabit $E$ için, $V_0 \to 0$ limit durumunda sunucunuzun makul olup olmadığını kontrol ediniz.