

4 Mayıs Perşembe, saat 16.00'da teslim edilecek

1. **Bir potansiyel engeli ve kuyusu için geçiş olasılığı.**(20puan)

- a) 16ncı derste, $E < V_0$ olmak üzere, V_0 yükseklik ve $2a$ genişliğine sahip bir engelle gelen bir parçacık için, olasılık yoğunluğunun $|t|^2$ olduğunu elde etmiştik ve bunun

$$|t|^2 = \frac{(2k\kappa)^2}{(2k\kappa)^2 + (k^2 + \kappa^2)^2 \sinh^2 2ka},$$

burada $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E$, $\frac{\hbar^2 \kappa^2}{2m} = V_0 - E$ olacak şekilde verildiğini görmüştük.

$|t|^2$ 'yi, κ 'nın fonksiyonu olarak, çok geniş bir engel ($ka=10$), bir ara engel ($ka=1$) ve çok ince engel ($ka=0,1$) kalınlığı için çiziniz. Bu üç durumda, parçacığın enerjisine yaklaşan bir engel yüksekliği için geçiş olasılığının limiti nedir? ($V_0 \rightarrow E$ iken, örneğin $\kappa \rightarrow 0$.)

- b) Aynı $2a$ genişliği ve V_0 derinlikli bir potansiyel kuyusu için geçiş genliği t 'nin

$$t = e^{-2ika} \frac{2kq}{2kq \cos 2qa - i(q^2 + k^2) \sin 2qa},$$

verildiğini gösteriniz ki burada

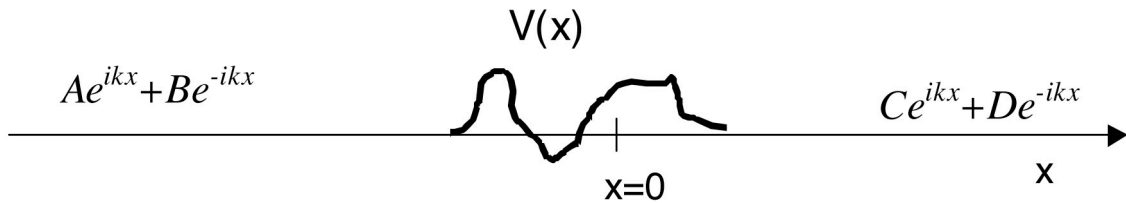
$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} = E, \quad \frac{\hbar^2 q^2}{2m} = V_0 + E.$$

$|t|^2$ 'yi hesaplayınız ve, $ka=10$, $ka=1$ ve $ka=0,1$ genişlikli sabit engeller için q 'nün fonksiyonu olarak çiziniz.

Eğrileri elde etmek için kendi seçiminize bağlı bir program kullanabilir, veya onları elle özel değerlerini gösterecek şekilde çizebilirsiniz.

2. **Saçındırma matrisi** (30puan)

Bölgenin dışında $V=0$ olmak üzere, $x=0$ yakınında sonlu bir bölgede konuşlanmış olan tek-boyutlu keyfi bir potansiyeli ele alalım. Bu potansiyel bölgesinin dışında Schrödinger denkleminin en genel çözümü, $Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$, ve $Ce^{ikx} + De^{-ikx}$ olacak şekilde sırasıyla potansiyelin sağında ve solunda verilmiştir.



MASSACHUSETTS TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ

Bahar 2006

Fizik 8.04

Vuletic

Ödev No.9

Sayfa 2(3)

4 Mayıs Perşembe, saat 16.00'da teslim edilecek

a) (10 puan)

$$\begin{aligned} B &= S_{11}A + S_{12}D \\ C &= S_{21}A + S_{22}D \end{aligned} \quad , \text{veya} \quad \begin{pmatrix} B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix}, \text{ yazarsak,}$$

aşağıdaki bağıntıların S_{ij} matris elemanları için geçerli olduğunu gösteriniz:

$$\begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 &= 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 &= 1 \\ S_{11}S_{12}^* + S_{21}S_{22}^* &= 0 \end{aligned}$$

b) (10 puan)

$S = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{pmatrix}$ saçındırma matrisi olarak bilinir. Yukarıdaki bağıntıları kullanarak, saçındırma matrisi S ve evriğinin üniter matris olduklarını gösteriniz.

(ipucu: Akı korunumu ve A ile D 'nin keyfi kompleks sayılar olabilme olasılığını kullanınız).

A, B, C, D katsayılarının herbiri için fiziksel yorum nedir?

c) (10puan) Saçındırma matrisi S , k dalga sayısının (veya $\hbar k$ momentumunun) bir fonksiyonudur. Buna göre:

$$\begin{aligned} S_{11}(-k) &= S_{11}^*(k) \\ S_{22}(-k) &= S_{22}^*(k), \quad \text{yani} \quad S(-k) = S^+(k) \\ S_{12}(-k) &= S_{21}^*(k) \end{aligned}$$

olduğunu gösteriniz.

3. **Salınan harmonik salıncı** (25 puan)

Bir $V(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$ harmonik salıncısındaki parçacık, başlangıçta

$$\Psi(x, t=0) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\psi_0(x) + \psi_1(x)),$$

dalga fonksiyonuna sahip olup, burada ψ_0 ve ψ_1 , harmonik salıncının, $n=0$ ve $n=1$ normalleşmiş öz durumlarıdır.

MASSACHUSETTS TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ

Bahar 2006

Fizik 8.04

Vuletic

Ödev No.9

Sayfa 3(3)

4 Mayıs Perşembe, saat 16.00'da teslim edilecek

- (5puan) $\psi(x,t)$ ve $|\psi(x,t)|^2$ yi yazınız. Bu şık için, bağıntıyı $\psi_0(x)$ ve $\psi_1(x)$ cinsinden bırakabilirsiniz
- (10puan) x 'in beklenti değerini zamanın fonksiyonu olarak bulunuz. Onun zamanla salındığına dikkat ediniz. m, ω ve temel sabitler cinsinden salınımın genliği nedir? Onun açısai frekansı nedir?
- (10puan) p 'nin beklenti değerini zamanın fonksiyonu olarak bulunuz. b), şıkkındaki sonucu kullanınız ve bu potansiyel için Ehrenfest teoremini sağlayıp sağlamadığını kontrol ediniz.

4. Bir kuantum harmonik salınıcının görsel gözlemi (25 puan)

F&T, 4-10

Deneyci birisi, küçük bir salınıcının kuantum davranışını bir mikroskopla görsel olarak gözlemlemek için araştırma kaynağı aramaktadır. Proje önerisine göre, salınıcı 10^{-4} cm çapında ve tahminen 10^{-12} gram kütleli bir nesnedir. Salınıcı, maksimum genliği 10^{-3} cm ve 1000 Hz frekansında, ince bir fiberin ucunda titreşmektedir. Siz bu proje önerisinde bir hakemsiniz. Buna göre:

- (5puan) Betimlenen durumdaki sistem için yaklaşık kuantum sayısı nedir?
- (10puan) Sistem, en düşük enerji düzeyinde bulunuyorsa, enerjisi eV cinsinden ne olurdu? Bunu, oda sıcaklığında hava moleküllerinin ortalama ısıl enerjisi (25 meV) ile kıyaslayınız.
- (10puan) Sistem en düşük enerji düzeyinde bulunuyorsa, klasik titreşim genliği ne olurdu? Bunu, daha önceden gözlemlendiği sanılan görünür ışığın dalga boyu (500nm) ile kıyaslayınız.
- Bu proje önerisindeki bir hakem olarak, araştırmanın yapılması için bir bursun verilmesini önerir miydiniz?