

MIT Açık Ders Malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

18.112 Kompleks Değişkenli Fonksiyonlar

2008 Güz

Bu materyallerden alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için

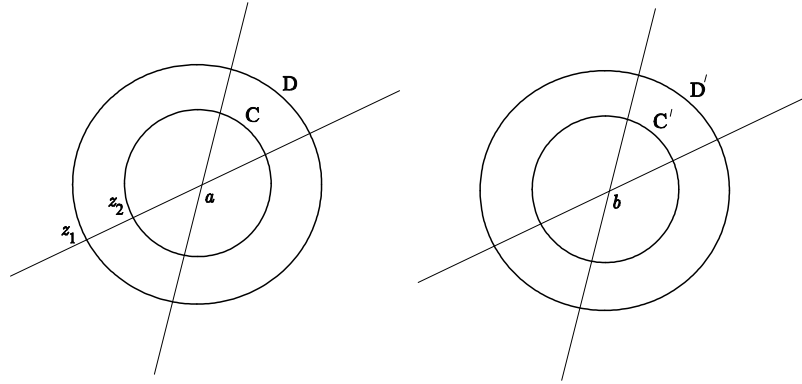
<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

Ders #6: Konform Tasvirler; Doğrusal Dönüşümler
(Ders kitabındaki 69-80 sayfalar)

Ders #6 ile ilgili uyarı

Sayfa 83 deki 6. problemin çözümü

C ve D , aynı a merkezli çemberler ve bunların S dönüşümü altındaki görüntüsü C' ve D' olsun.



Şekil 6.1

O halde, $\perp C$ ve D doğruları $\perp C'$ ve D' çemberlerine gider, fakat bu çemberler C' ve D' nin ortak merkezinden geçen doğrular olmak zorundadır.

Genişletilmiş düzlemde, doğrular daima ∞ da kesişir. S tasviri altında a ve ∞ , b ve ∞ veya ∞ ve b ye gider.

$$w_1 = Sz_1 \quad \text{ve} \quad w_2 = Sz_2$$

olsun. O halde

$$(z_1, z_2, a, \infty) = \begin{cases} (w_1, w_2, b, \infty) \\ (w_1, w_2, \infty, b) \end{cases}$$

ve

$$\left| \frac{z_1 - a}{z_2 - a} : \frac{z_1 - \infty}{z_2 - \infty} \right| = \begin{cases} \left| \frac{w_1 - b}{w_2 - b} : \frac{w_1 - \infty}{w_2 - \infty} \right| \\ \left| \frac{w_1 - \infty}{w_2 - \infty} : \frac{w_1 - b}{w_2 - b} \right| \end{cases}$$

dir. Böylece

$$\frac{r}{R} = \begin{cases} \frac{r_1}{R_1} \\ \frac{R_1}{r_1} \end{cases}$$

bulunur.

Sayfa 83 deki 5. problemin çözümü

S nin a yı 0 noktasına resmettiğini varsayalım. $|z| = R$ çemberine göre, a ve $\frac{R^2}{a}$ simetrik olduğundan, S dönüşümü $\frac{R^2}{a}$ ni ∞ a resmeder.

$$S_0(z) = R^2 \frac{z - a}{R^2 - \bar{a}z}$$

dönüşümü a yı 0 noktasına ve $\frac{R^2}{a}$ ni ∞ a resmeder. Ayrıca

$$|Re^{i\theta} - a| = |R - \bar{a}e^{i\theta}|$$

gerçeklendiğinden $|z| = R$ çemberini kendi üzerine resmeder. Eğer T dönüşümü de aynı özelliğe sahipse, TS^{-1} de 0 noktasını 0 noktasına ve ∞ u ∞ a resmeder. Bu nedenle, $|c| = 1$ olmak üzere

$$TS^{-1} = cz$$

olur. Böylece

$$T(z) = R^2 e^{i\theta} \frac{z - a}{R^2 - \bar{a}z}$$

bulunur.