

MIT Açık Ders Malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

18.112 Kompleks Deęişkenli Fonksiyonlar

2008 Güz

Bu materyallerden alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

# 18.112 Arasınav 2 (Açık Kitap)

22 Kasım 2006

1. (15')  $\gamma$ ,  $|z| = 9$  çemberi olmak üzere

$$\int_{\gamma} \frac{dz}{e^z - 1}$$

integralini hesaplayınız.

2. (30')  $f(z)$  tüm düzlemde analitik olsun ve  $z \rightarrow \infty$  için  $\frac{\operatorname{Re} f(z)}{z} \rightarrow 0$  varsayalım.  $f$  fonksiyonunun sabit olduğunu ispatlayınız:

(Yardım:  $|z| < R$  için geçerli olan (66) formülünü kullanınız:

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{|\zeta|=R} \frac{\zeta + z}{\zeta - z} u(\zeta) \frac{d\zeta}{\zeta} + iC, \quad u = \operatorname{Re}(x)$$

ve  $z < \frac{R}{2}$  için dikkatlice  $f'(z)$  için bir tahminde bulununuz (Liouville). )

3. (25')  $|z| < 1$  için  $f(z)$  analitik ve

$$|f(z)| \leq \frac{1}{1 - |z|}$$

ise  $f^{(n)}(0)$  için Cauchy formülünden elde edilecek en iyi tahmini bulunuz.

(Yardım: Her  $|z| \leq r$ , ( $r < 1$ ) de Cauchy formülünü kullanınız.)

4. (30')

$$z^7 - 2z^5 + 6z^3 - z + 1 = 0$$

denkleminin  $|z| < 1$  daresi içinde kaç tane kökü vardır? Kaç kökü  $|z| = 2$  içindedir.

(Yardım:  $|z| = 1$  için en büyük terime bakınız ve Rouché Teoremini kullanınız.)