

MIT Açık Ders Malzemeleri

<http://ocw.mit.edu>

18.112 Kompleks Deęişkenli Fonksiyonlar

2008 Güz

Bu materyallerden alıntı yapmak veya Kullanım Şartları hakkında bilgi almak için

<http://ocw.mit.edu/terms> ve <http://tuba.acikders.org.tr> sitesini ziyaret ediniz.

# 18.112 Final Sınavı (Açık Kitap)

20 Aralık 2006

1. (20')  $a, b, c$  kompleks sayıları

$$\frac{b-a}{c-a} = \frac{a-c}{b-c}$$

eşitliğini sağlasın. Köşeleri  $a, b, c$  olan üçgeni gözöntüne alınız.

$$|b-a| = |c-a| = |b-c|$$

gerçeklendiğini ispatlayınız.

2. (15')

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{1+z^{2n}}$$

serisinin nerede yakınsak olduğunu bulunuz ve  $f(z)$  toplam fonksiyonunun holomorfik olduğu yeri belirleyiniz. Cevabımızın nedenlerini açıklayınız.

3. (15')  $\gamma$ , 0 merkezli 2 yarıçaplı çemberi için

$$\int_{\gamma} \frac{|z|e^z}{z^2} dz$$

integralini hesaplayınız.

4. (15')  $z_0$  noktası  $f(z)$  fonksiyonunun  $h$  incı mertebeden kutup noktası ise

$$\text{Res}_{z=z_0} f(z) = \frac{1}{(h-1)!} \left\{ \frac{d^{h-1}}{dz^{h-1}} (z-z_0)^h f(z) \right\}_{z=z_0}$$

dır, ispatlayınız.

5. (20') Geometrik seriyi kullanarak,

$$f(z) = \frac{1}{(z-1)(z-2)}$$

fonksiyonunun  $|z| < 1$  ve  $|z| > 2$  de geçerli Laurent açılımını bulunuz.

6. (15')  $f(z)$  fonksiyonu  $|z| \leq 1$  de analitik olsun.  $|z| = 1$  ise  $|f(z)| < 1$  olduğunu varsayalım.

$$f(z) - z = 0$$

denkleminin  $|z| = 1$  içinde sadece bir çözümü olduğunu gösteriniz.