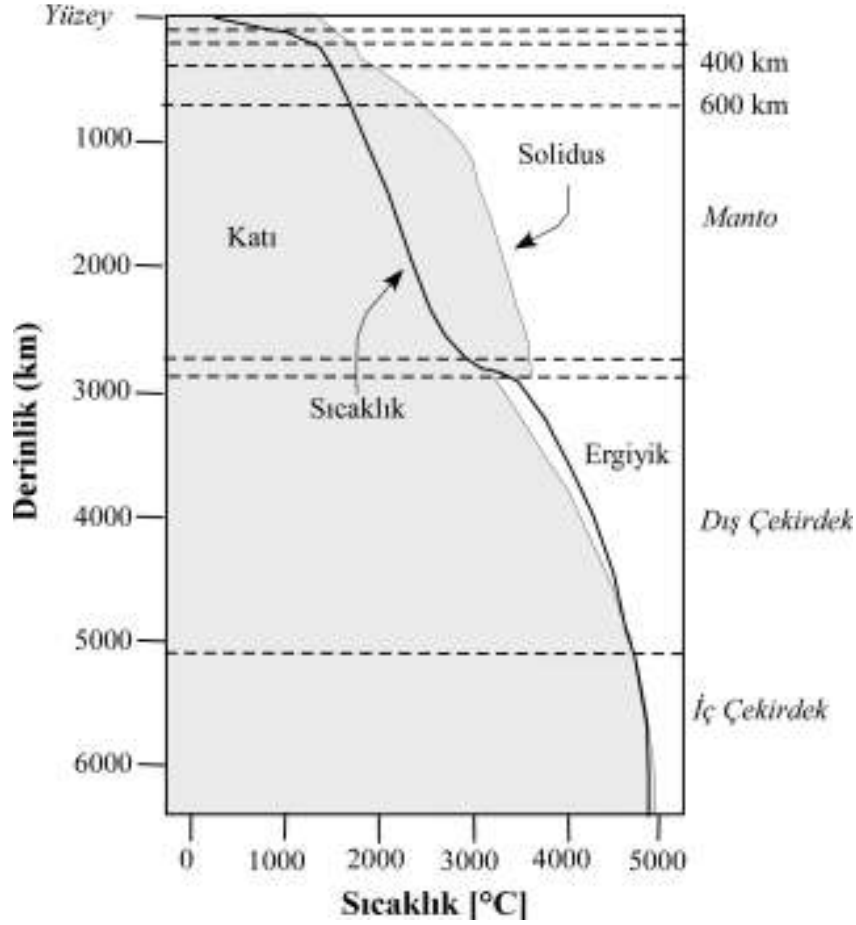


## Ders 13: Isı Makineleri Olarak Gezegenler

Güneş Sistemi'nin oluşumunun ilk günlerinde, bütün Yeryuvarı-benzeri gezegen ve uydular son derece sıcaktılar. Muhtemelen çoğunlukla bütünüyle ergimiştiler. Yalnızca Yeryuvarı'nın iç sıcaklıkları bilinmesine rağmen, bugün Yeryuvarı-benzeri gezegenler ve ayları son derece çok daha soğukturlar. Çoğunlukla yüzeyde bulunan kayaların kimyalarından olmak üzere, Ay, Venüs, Mars'ın mantolarına ilişkin veriler vardır.

Gezegenlerin iç kesimlerindeki kayalar, uranyum, toryum ve potasyum gibi radyoaktif elementleri değişik miktarlarda içermektedirler. Çekirdek, muhtemelen bu ısı üreten elementlerden oldukça az oranda içermektedir. Buna karşılık, manto ise göreceli olarak daha fazla miktarda ısı üreten radyoaktif mineral içermektedir. Yeryuvarı'nda mantoya nazaran kabuk radyojenik elementler açısından son derece zengindir. Isı aynı şekilde çekirdeğin donmasıyla, sıvı dış çekirdeğin katı iç çekirdeğe dönüştürmek için gereken ısı vasıtasıyla üretilmektedir. Ay ve Mars'ın çekirdekleri muhtemelen katıdır. Merkür ve Venüs'ün çekirdeklerinin durumları konuyla ilişkin birkaç veri olmasına rağmen bilinmemektedir.



[http://eqseis.geosc.psu.edu/~cammon/HTML/Classes/IntroQuakes/Notes/Images\\_specific/Geotherm.gif](http://eqseis.geosc.psu.edu/~cammon/HTML/Classes/IntroQuakes/Notes/Images_specific/Geotherm.gif)

Prof. Charles J. Ammon (Pen State Üniversitesi)'un inceliği ile izinizle kullanılmaktadır.

## Gezegenerin Isı Yitirmesinin Mekanizması

- İletim (kondüksiyon, ısının malzeme içinden difüzyonu ile, daima yüksek sıcaklıktan düşük sıcaklığa doğrudur)
- Taşınım (adveksiyon, malzemenin hareketiyle taşınan ısı anlamına gelmektedir. Eğer hareket ısı tarafından sürükleniyorsa bu konveksiyon olarak adlandırılmaktadır)
- Işınım (radyasyon, bir gezegen yüzeyinde elektromanyetik ışınım vasıtasıyla üretilmiş olan ısının kaybı anlamına gelmektedir)

Gezegenerin içlerinde ısı aktarımı (transferi) iletim (kondüksiyon) ve konveksiyonla gerçekleşmektedir. Hangisi daha etkindir ve hangisi nerede işlem görmektedir?

İlk olarak ısı akımını ( $q$ ) tanımlayalım: Bir birim yüzeye ( $m^2$ ) birim zamanda (saniye) düşen ısı miktarıdır (joule). Yeryuvarı'nda ısı akımı  $mW/m^2$  birimi cinsinden ölçülmektedir. 1 watt = joule/saniye'dir. Yeryuvarının en dış katmanı için tipik veriler, 40 ile  $100 mW/m^2$  arasındadır.

*İletimsel Isı Akışı (konduktif)*, daima bir malzemedeki ısıl gradyanla orantılıdır. Orantılılık sabiti termal iletkenlik,  $K$ , olarak tanımlanmakta  $W/mK$  cinsinden ölçülmektedir.

$$q_{iletimsel} = K \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)$$

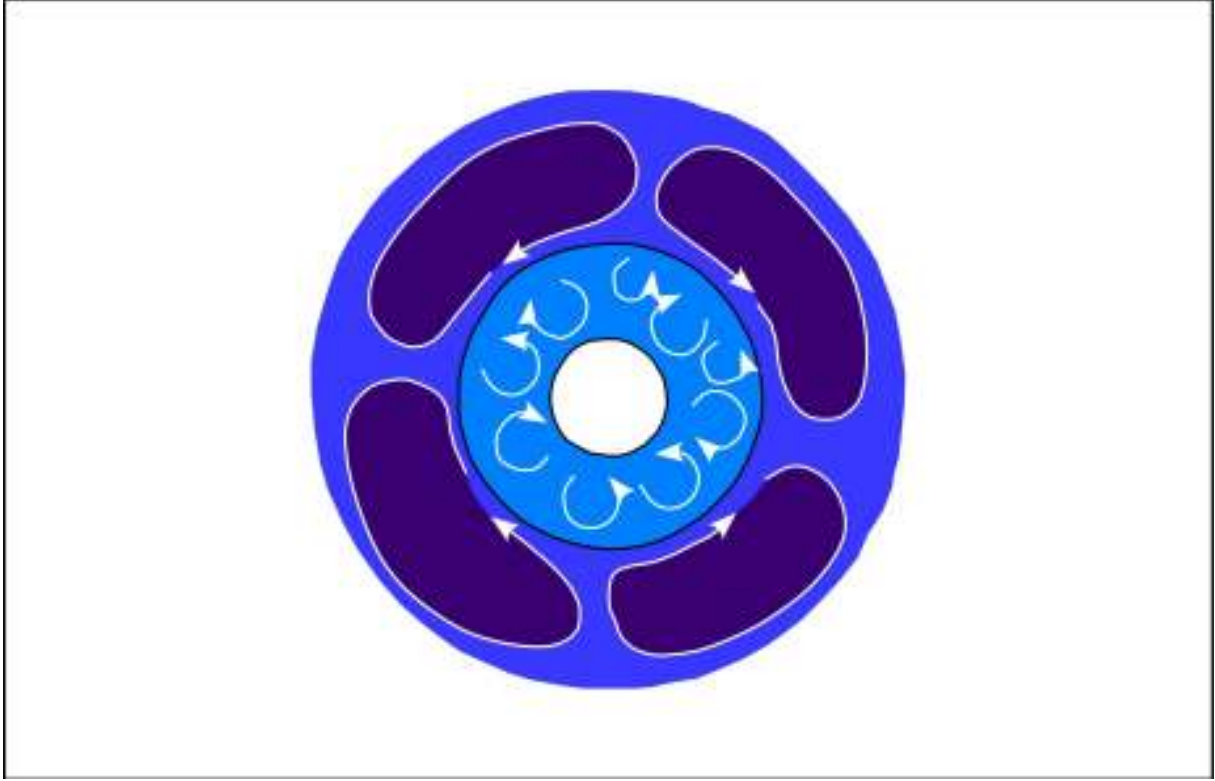
Kabuksal kayaçlarda termal gradyanın tipik değerleri 10 ile  $50^\circ C/km$  arasındadır.

*Konvektif Isı Akışı*, malzemenin ısı kapasitesi, sıcaklığı ve bir birim yüzey alanında hareket eden malzemenin hızının çarpımından hesaplanmaktadır. Birim hacim başına ısı kapasitesi, malzemenin yoğunluğu ( $\rho$ ) ile birim kütle başına düşen ısı kapasitesinin ( $C_p$ ) çarpımına eşittir. Böylece,

$$q_{conductive} = v T \rho C_p$$

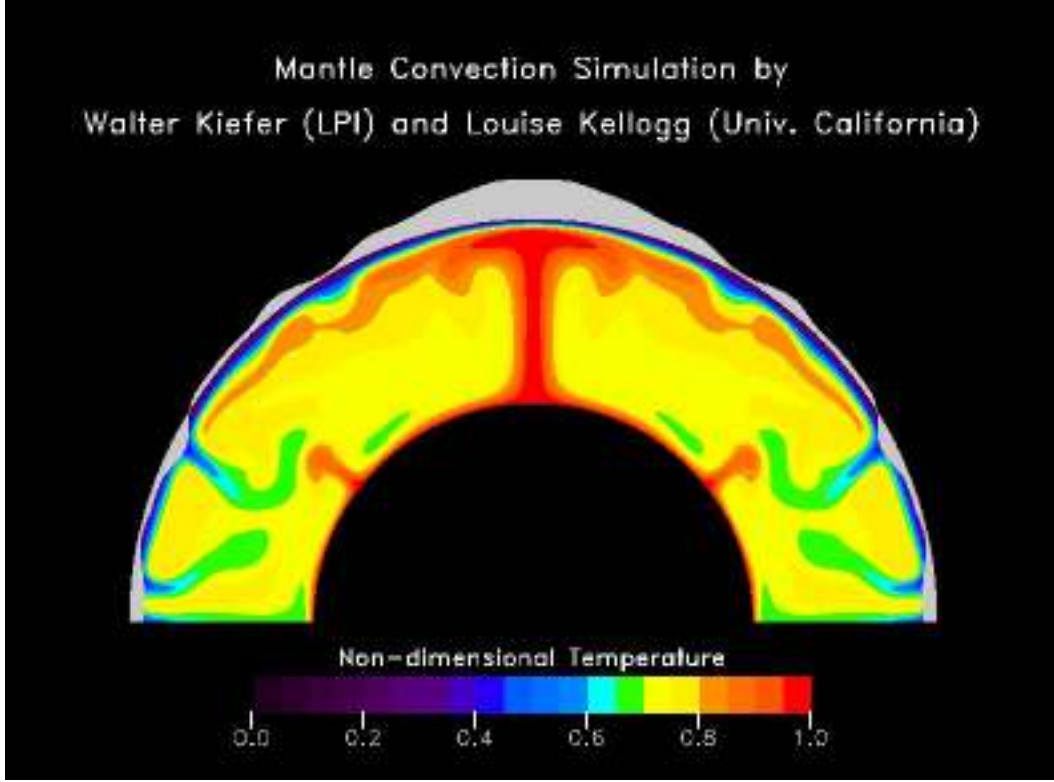
Genel olarak büyük kütlelerde, özellikle 100 kilometreden daha fazla mesafelerde, konvektif ısı kaybı iletimsel ısı kaybına oranla daha etkin şekilde gerçekleşmektedir. Bu birçok Yeryuvarı-benzeri kütlelerin yarıçapına nazaran küçüktür. Bu nedenle gezegenlerin ısı iletimiyle soğuması zordur. Ancak, konveksiyonun gerçekleşmesi için gezegen içlerinin yeterince yumuşak ve zayıf olması gerekir. Böylece gezegenin ısı makinesi, gezegen içinde sünek akmayı sürdürsün. Gezegenlerin üst 10'dan  $100 km$ 'ye kadar olan kısımları sünek akmanın gerçekleşmesi için yeterince sıcak değildir. Sünek akma, sıg mantoda bile  $1300^\circ C$ 'nin üzerinde sıcaklıklar gerektirmektedir. Bu kayasal gezegenlerin güçlü, sünek şekilde deforme olmayan bir dış kabuğa sahip olduğu anlamına gelmektedir (bu dış kabukta faylar oluşabilir). Gezegenlerin içlerinin sıcaklığına bağlı olarak gezegen mantolarının alt kesimlerinde sünek bölgeler bulunabilir veya bulunmayabilir. Bu güçlü dış katman litosfer (litos: kaya) olarak bilinmektedir. Litosfer, kabukla aynı anlama gelmemektedir. Litosfer çoğunlukla gezegen kabuklarının bütünü ve en üst mantonun bir kısmını içermektedir. Yeryuvarında, tektonik plakalar litosferden oluşmaktadır.

Manto konveksiyonları, mantodaki yoğunluk terslenmesiyle tezahür etmektedir. Bütün parametrelerin denk olması şartıyla, kızgın malzemeler soğuk malzemelere nazaran daha az yoğundur. Böylece mantonun daha derin ve sıcak kesimleri daha yüzüçüdür (yukarıya çıkma eğilimindedir). Buna karşılık mantonun sığ ve daha soğuk kesimleri daha yoğun olup, batma eğilimindedir. Ayrıntıları biraz karışık olmasına karşılık, bu ısısal koveksiyonun arkasında yatan ana düşüncedir.



MIT açık ders malzemesi

Manto bir yılda birkaç cm hareket ederek konveksiyona uğramaktadır. Çekirdek daha hızlı, bir yılda kilometrelerce hareket ederek konveksiyona uğramaktadır. Ayrıca atmosfer çok daha canlı konveksiyona uğramaktadır, güneşten gelen ısı ile enerji sağlanmaktadır.



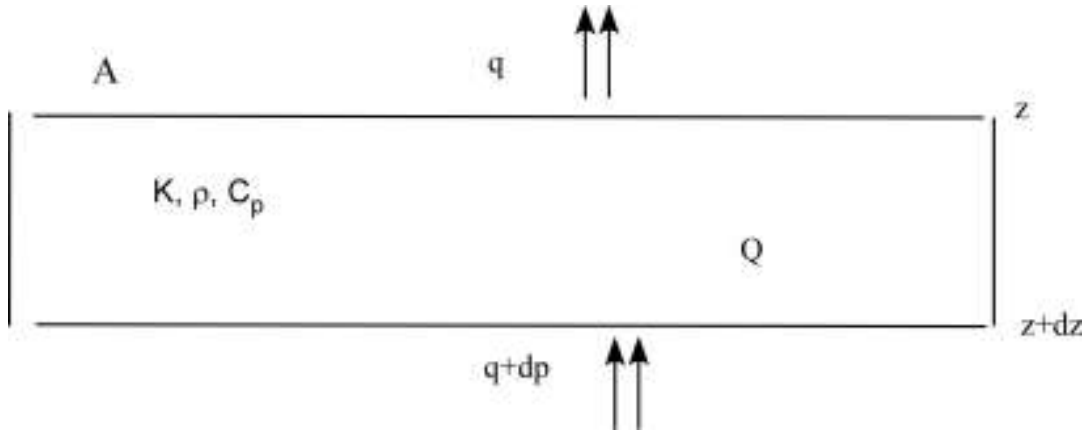
Walter S. Kiefer'in (Ay ve Gezegen Enstitüsü) nezaketi ile izinle kullanılmaktadır.

<http://lpi.usra.edu/science/kiefer/Research/convect4FS.gif>

### Isı İletimine İlişkin Matematik

Bir boyuttaki ısı iletimi, zaman ve derinlik türevleri olan kısmi diferansiyel denklem tarafından denetlenmektedir. Şu an için, kabuksal kayalarda çok önemli olabilmesine rağmen, radyojenik ısı üretiminin etkisini ihmal edelim.

Üst yüzeyinden dışa doğru ( $q$ ) ve alt tarafından içe doğru ( $q+dp$ ) bir ısı akılı ısı-ileten bir malzeme katmanı tasavvur edelim.



Kutudaki toplam ısı,  $Q$ , kutudaki sıcaklık ( $T$ ), birim hacim başına ısı kapasitesi ( $\rho C_p$ ) ve hacmin ( $Adz$ ) çarpımlarına denktir:

$$Q = T \rho C_p Adz$$

Sıcaklık ( $T$ ) dışında diğer parametrelerin sabit olmasından ötürü, kutudaki ısı değişiminin hızı yalnızca

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right) = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \rho C_p Adz$$

'dır.

Kutudaki ısı değişim hızı, kutunun altından kutuya giren ısı,  $(q+dp)A$ , ile kutunun üstünden çıkan ısı akım ( $qA$ ) hızının farkına denktir. Böylece:

$$\left(\frac{\partial Q}{\partial t}\right) = (q + dq)A - qA$$

Bu denklemlerin sağ taraflarını denkleştirirsek, aşağıdaki ilişkilere ulaşırız:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \rho C_p Adz = (q + dq)A - qA$$

ya da

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) \rho C_p = \frac{[(q + dq) - q]}{dz} = \partial q / \partial z$$

İletimsel ısı akımı, ısı iletkenliği ve ısı akısı arasındaki ilişkide yerleştirme yapılırsa

$$q = K \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right)$$

Aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$\frac{\partial T}{\partial t} \rho C_p = \frac{\partial}{\partial z} \left[ K \left(\frac{\partial T}{\partial z}\right) \right] = K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$$

veya

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = K \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$$

Burada  $K = K / \rho C_p$  olup,  $m^2/s$  cinsinden malzemenin ısı difüze edilebilirliği. Bu ısı üretimi olmadan ve tekdüze ısı difüze edilebilirlikli durağan bir ortamda ısı iletiminin genel denklemdir. Yeryuvarı kabuğu ve mantosunda termal difüze olabilmenin bir oyun parkı değeri olarak  $K = 10^{-6} m^2/s$  en azından yaklaşık hesaplamalar yapabilmek için yeterlidir.

Belirli bir zamanda ( $\tau$ ) sıcaklıktaki önemli bir değişimin ne kadar uzağa,  $\xi$ , gidebileceğinin tahmini aşağıdaki denklemleri yazarak yapılabilir:

$$\left(\frac{dT}{\tau}\right) = \kappa \left(\frac{dT}{\xi^2}\right)$$

veya

$$\xi = (K\tau)^{1/2}$$

Bu denklemlerde zaman ( $\tau$ ) yerine değişik değerler ve  $K$  yerine ise ( $=10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s) değerini koyarak aşağıdaki karakteristik iletme mesafeleri bulunur:

Zaman ( $\tau$ )	İletme mesafesi $\xi$
1 milyon yıl	5.6 km
100 milyon yıl	56 km
10 milyar yıl	560 km

Gezegener yaklaşık olarak 4.5 milyar yıl yaşında olduklarından, ısı iletimi ile soğuma yüzeyden aşağıya doğru birkaç yüz kilometreden fazla etkilememektedir. Bunun anlamı gezegen içleri büyük derinliklerde soğumuşlarsa, bu ısı iletimi ile (konduksiyonla) değil, konveksiyonla gerçekleşmiş olmalıdır. Eğer konveksiyon Yeryuvarı-benzeri gezegenlerde engellenmiş ise, en azından Güneş Sistemi'nin zaman ölçeğinde önemli ölçüde soğumamış ve hemen hemen aynı sıcaklıklarda kalmış olurlardı.

### **Kararlı-durum iletim çözümleri:**

Isı iletme denkleminin bir basit çözümü, denklem dikkatlice incelendiğinde anlaşılacağı gibi,  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$  olduğu *denge durumu* ya da *kararlı durum* çözümüdür.

Bu çözümle aşağıdaki denklemler ortaya çıkmaktadır:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right) = 0 = \kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)$$

ya da

$$T = T_0 + bz$$

Kararlı durum çözümü, yalnızca  $z$ 'nin çizgisel fonksiyonudur ve  $q=Kb$  ısı akımına karşılık gelmektedir. Şimdilik, iletimsel soğuma dışında herhangi bir şekilde rahatsız edilmemiş belirli kayaç kalınlığının (manto) kararlı-durum jeotermal gradyanına yaklaşması için ne kadar zaman gerekli olduğunun bir zaman çizelgesi yapabiliriz.

*Kararlı duruma ulaşmak için gerekli zaman*

*Katman kalınlığı*

1 milyon yıl

3 km

100 milyon yıl

30 km

10 milyar yıl

300 km

### **Hata Fonksiyonu:**

Önümüzdeki birkaç derste, litosfer kalınlığı ile zaman ve sıcaklık arasında ilişkiyi kurmak için iletkenlik denklemini kullanacağız. Böylece hata fonksiyonu [erf(y)] olarak adlandırılan çok faydalı zamana bağlı bir çözüm yazabiliriz:

$$\text{erf}(y) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^y e^{-y'^2} dy'$$

Bu fonksiyon, erf(0)=0 ve erf(sonsuz)=1 niteliklerine sahiptir. Bu denklem ısı iletim denkleminin bir çözümü oluşturmaktadır. Biz bu denklemin bir gezegen yüzeyinin iletimle soğumasının hızını hesaplamak için bir çözüm olduğunu ev ödevine bırakacağız. Daha sonra, yeryuvarında okyanusal litosferin termal davranışını hesaplamak için bu denklemi kullanacağız.

