

Ders 12: Sismoloji ile Gezegenlerin Yapısı

d_m : Dalganın mantoda kat etmiş olduğu mesafe

d_c : Dalganın çekirdekte kat etmiş olduğu mesafe

Snell Yasası'nı kullanarak:

$$\frac{\sin(90^\circ - \frac{\delta}{2})}{v_c} = \frac{\cos(\frac{\delta}{2})}{v_c} = \frac{\sin(\beta)}{v_m}$$

Üçgenler için sinüs teoremine göre,

$$\frac{\sin(\alpha)}{r} = \frac{\sin(180^\circ - \beta)}{R} = \frac{\sin(\beta)}{R}$$

dir.

Bir üçgendeki bütün iç açılarının toplamının 180° olacağı olgusundan yola çıkılırsa:

$$\alpha + (180^\circ - \beta) + \frac{\Delta}{2} - \frac{\delta}{2} = 180^\circ$$

ya da

$$\frac{\Delta}{2} = \frac{\delta}{2} + \alpha - \beta$$

Bunu her şeyde yerine koyalım ve Δ 'yı δ cinsinden çözebiliriz:

$$\Delta = \delta + \sin^{-1} \left[\frac{v_m \cos(\frac{\delta}{2})}{v_c} \right] - 2 \sin^{-1} \left[\frac{v_m r \cos(\frac{\delta}{2})}{v_c R} \right]$$

Çekirdekte dalganın kat etmiş olduğu mesafe:

$$d_c = 2r \sin(\frac{\delta}{2}) \text{ dir.}$$

Dalganın mantoda (her iki ayakta) kat etmiş olduğu mesafe ise:

$$d_m = 2 \left[R^2 + r^2 - 2rR \cos(\frac{\Delta}{2} - \frac{\delta}{2}) \right]^{1/2} \text{ dir.}$$

Toplam hareket zamanı ise:

$$t = \frac{d_c}{v_c} + \frac{d_m}{v_m} = \frac{2r \sin(\frac{\delta}{2})}{v_c} + \frac{2 \left[R^2 + r^2 - 2rR \cos(\frac{\Delta}{2} - \frac{\delta}{2}) \right]^{1/2}}{v_m}$$

dir. PKP' nin varışlarında δ 'nin en küçük değerini bu denklemlerle saptanabilir:

$$\Delta = \delta + 2\sin^{-1} \left[\left(\frac{v_m}{v_c} \right) \cos(\delta/2) \right] - 2\sin^{-1} \left[\left(\frac{rv_m}{Rv_c} \right) \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \right]$$

$\sin^{-1} \leq 1$ olmalıdır. Böylece $\cos(\delta/2)$ 'nin sahip olabileceği en küçük değer, $v_m > v_c$ olduğunda v_c / v_m 'dir. Eğer $v_c > v_m$ ise, $\delta=0$ 'dir.

İlk durumda yani $v_m > v_c$ ise, bu minimum Δ değerini verir:

$$\Delta_{min} = 2\cos^{-1} \left(\frac{v_c}{v_m} \right) + 180^\circ - 2\sin^{-1} \left(\frac{r}{R} \right)$$

İkinci durumda ise, yani $v_c > v_m$ ise, Δ 'nın minimum değerini hesaplamak daha zordur. Çünkü bu ister istemez ve hatta çoğunlukla δ 'nin minimum değerine karşılık gelmemektedir.

$v_m > v_c$ için, ne P ne de PKP'nin gözlenmediği bir boşluk olacaktır. $v_c > v_m$ için hem P hem de PKP'nin gözlenmiş olduğu bir örtüşme zonu olacaktır.

Bu tür analizleri üç tane küresel kabuğu ve bir iç çekirdeği kapsaması için genişletebiliriz. Geometriyi ve matematiği bir kenara bırakarak (iki kabuk için yapmış olduğumuz işlemi tekrarlayarak) aşağıdaki bağlantıyı buluruz:

$$\Delta = \phi + 2\sin^{-1} \left[\frac{v_m s \cos(\frac{\phi}{2})}{v_i r} \right] + 2\sin^{-1} \left[\frac{v_c \cos(\frac{\phi}{2})}{v_i} \right] - 2\sin^{-1} \left[\frac{s v_m \cos(\frac{\phi}{2})}{R v_i} \right] - 2\sin^{-1} \left[\frac{v_c s \cos(\frac{\phi}{2})}{r v_i} \right]$$

Φ , i-dalgasının iç çekirdekte hareket etmiş olduğu açısız mesafedir. v_i iç çekirdeğin hızıdır. s ise iç çekirdeğin yarıçapıdır. Daha önceden olduğu gibi, dış çekirdekte K dalgası tarafından kat edilen açısız mesafede olduğu gibi, δ değerini tanımlamak da faydalıdır.

$$\delta = \phi + 2\sin^{-1} \left[\frac{v_c \cos(\frac{\phi}{2})}{v_i} \right] - 2\sin^{-1} \left[\frac{v_c s \cos(\frac{\phi}{2})}{v_i r} \right]$$

Mantoda (her iki ayak), dış çekirdek ve iç çekirdekte dalga tarafından kat edilen mesafeler:

Manto: $d_m = 2 \left[R^2 + r^2 - 2rR \cos\left(\frac{\Delta}{2} - \frac{\delta}{2}\right) \right]^{1/2}$

Dış çekirdek: $d_c = 2 \left[r^2 + s^2 - 2rs \cos\left(\frac{\delta}{2} - \frac{\phi}{2}\right) \right]^{1/2}$

İç çekirdek: $d_i = 2s \sin\left(\frac{\phi}{2}\right)$

PKiKP için toplam hareket zamanı ise:

$$t = \frac{d_c}{v_c} + \frac{d_m}{v_m} + \frac{d_i}{v_i}$$

dır.

PREM (ilksel referans Yeryuvarı modeli), Yeryuvarı için ortalama P ve S dalga hızlarının radyal mesafenin bir işlevi olduğunu göstermektedir. Genel olarak, hızlar çekirdek-manto ve iç ve dış çekirdek sınırlarındaki bariz süreksizlikler birlikte aşağıya doğru artmaktadır. Üst mantoda (660 km'de ve üzerindeki derinlikte) ve kabuk-manto sınırında (Moho olarak adlandırılmakta) önemli süreksizlikler vardır. Aşağıya doğru sismik dalga hızlarındaki artış, Yeryuvarı içinde derinliğin işlevi olarak artan basınçtan kaynaklanmaktadır. Bu aslında sismik hızları azaltması gereken yoğunluğu arttırmaktadır. Ancak elastik modüller derinlikle basınca nazaran daha hızlı arttığından, derine gidildikçe sismik dalga hızları artmaktadır.

Genelde Yeryuvarı'nın çekirdeğine doğru sıcaklık artmaktadır. Bu artan basıncın etkisine kısmen karşı dengeleme yapmaktadır. Çünkü sıcak malzemeler genelde soğuk malzemelere nazaran daha yavaş sismik hızlara sahiptirler. Sismik hızlar üzerinde sıcaklık etkisinin oldukça önemli olduğu aralık tam olarak litosferin altında, yaklaşık 200-300 km'lik derinlik aralığıdır. Burası sıkça “*düşük hız zonu*” olarak adlandırılmaktadır. Çünkü sismik hızlar burada genellikle alt ve üst malzemelere nazaran daha yavaştır.

İç ve dış çekirdek arasındaki hızlardaki süreksizlik, bu sınırda malzemelerin durumundaki değişimden (sıvıdan katıya) kaynaklanmaktadır. Alt mantoda 410-660 km'ler arasındaki küçük süreksizlikler mineral faz geçişlerinden (yoğunlukla olivin mineralindeki) ileri gelmektedir. En üst manto, olivin ve piroksen minerallerinden (kayaç olarak peridotiten) oluşmaktadır. Olivindeki faz geçişleri ilk olarak olivin kendisinden daha yoğun bir mineral olan spinele dönüşmüş olduğu 410 km'de (ii) son olarak da 660 km'de perovskit adındaki çok yoğun bir minerale dönüşme ile gerçekleşmektedir. Alt mantonun % 80 perovskitten ve % 20 daha az yoğun olan magnezyovustit adındaki bir mineralden oluştuğu düşünülmektedir.

Sığ manto: olivin [(Mg,Fe)SiO₄] + piroksen[(Mg,Fe)SiO₃]

410 km derinlik: β-spinel (Vadsleyit)

500 km derinlik: γ-spinel (Ringsvudit)

660 km derinlik: olivin = %80 perovskite[(Mg,Fe)SiO₃] + %20 magnezyovustit (Mg,Fe)O

Sıfır basınç ve 270°C'de olivin ve perovskitin yoğunlukları sırasıyla 3400 kg/m³ ve 4110 kg/m³ dir.