

## Soru Takımı #5

### Konveksiyon

Teslim Tarihi: Ekim 24, Cuma

1. Rayleigh sayısının boyutsuz olduğunu gösteriniz.

$$Ra = d^3 \alpha \rho g \Delta T / \mu \kappa$$

$\kappa$ = Isısal yayılabilme ( $m^2/s$ )

$\alpha$ =Isısal genişleme katsayısı ( $^{\circ}C^{-1}$ )

$\Delta T$ = Katmandaki sıcaklık farklı ( $^{\circ}C$ )

$\mu$ = Ağdalılık (viskozite) ( $Pa \cdot s = Ns/m^2 = kg/ms$ )

$d$ = Katman kalınlığı ve konveksiyon hücresinin yaklaşık boyutu (m)

$\rho$ = Yoğunluk ( $kg/m^3$ )

$g$ = Yerçekimi ivmesi ( $m/s^2$ )

2. Yeryuvarı içinde mantonun büyük hacimlerine etki eden net kuvvetin sıfır olmak zorunda olduğunu gösteriniz. Manto içindeki gerilimlerin tipik olarak 1-100 Mpa (ya da  $10^6$ - $10^8$  Pa) civarında olduğu, manto akımı için maksimum hızın 100 mm/yıl olduğu ve jeolojik süreçlerin binden milyonlarca yıl ölçeğinde gerçekleştiğini bilmek gereklidir. Şimdi  $10^9$  km<sup>3</sup> hacimli bir kenarı 1000 km olan bir manto küpünü dikkate alalım. Bir yıl için bu manto küpünün bir yüzeyine  $10^{-3}$  Mpa bir gerilime denk minik bir net kuvvet uygulanırsa hangi hız elde edilir? Bu hesaplamadan ne tür sonuçlar çıkartırsınız?
3. a.  $d$  kalınlıklı,  $K$  ısısal iletkenlikli ve  $\Delta T$  sıcaklık farklı bir seviye için kararlı durum iletimsel ısı akısı  $q_{iletimsel} = K \Delta T / d$ 'dir. Adiyabatik gradyanın yokluğunda salt konvektif ısı akısının (yani herhangi bir iletim olmadığında ısı akısı), salt iletimsel ısı akısına oranının Rayleigh sayısı ile bir boyutsuz sayının çarpımına eşit olduğunu gösteriniz.  
b. Bu sonuçtan aynı ısı akılı seviyeden konveksiyon seviyelerinin nasıl çok farklı Rayleigh sayılarına sahip olacağını betimleyiniz.
4. Güneş Sistemi'nin tahrip edilmiş olduğunu ve ileri teknoloji uzaylıların yakında bulanan bir güneşe göç etmiş olduklarını, ısı-üreten elementlerce ve iç yapı bakımından kendi gezegenlerine benzer bir gezegen oluşturduklarını farz edelim. Tek farklılık, yeni gezegenin başlangıçtaki gezegenden ( $R_{yer} = 6400$  km) daha küçük bir yarıçap  $a$ ,  $R$ , sahip oluşudur. Ancak, gezegen mantosunun, kararlı durum koşuluna kadar soğuduktan sonra, ölü bir gezegen üzerinde yaşamaya karşı dini bir nefret duyduklarından, konveksiyona uğradığından olduğundan emin olmak istemektedirler. Yeni gezegenlerini inşa etmek için kullanacakları en küçük yarıçap nedir?

Ders notlarınızdan aşağıdaki formülü Rayleigh sayısının tanımı ile birlikte kullanacaksınız.

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\beta \frac{d\rho \Delta T^2 g \alpha}{\mu} + \frac{Q_r R}{\rho C_p d}$$

Hesaplarınızda aşağıdaki değerleri kullanınız:

$g = 10 \text{ m/s}^2 * R/R_{\text{yeryuvarı}}$	$\rho = 4000 \text{ kg/m}^3$	$\Delta T = 20 \text{ }^\circ\text{C}$
$Q_R = 10^{-8} \text{ W/m}^3$	$C_p = 1260 \text{ J/kgK}$	$\mu = 10^{21} \text{ Pa s}$
$d = R/2$	$K = 5 \text{ W/mK}$	$\beta = 0.01$
$\kappa = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$\alpha = 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$	

$g$ 'nin gezegen yarıçapı ile çizgisel ölçekli olduğuna ve bunun sonucu olarak bir gezegen için  $g$  yalnızca gezegen yarıçapı ile aşağı veya yukarı ölçekli olarak Yeryuvarı'nın ( $10 \text{ m/s}^2$ )  $g$  değeri olacaktır.

5. a. Ders notlarında ‘‘Soğuyan Gezegenler’’ kısmındaki son denklemi ve bölümün sonunda verilmiş olan parametreleri kullanarak, bu Yeryuvarı-benzeri gezegen için,  $d=R/2$  yi kullanarak, 4.5 milyar yıl için zamanla yüzey ısı akısı değerlerini ve konveksiyon katmanının sıcaklığını hesaplayınız.
- b. a seçeneğindekiinden 10.000 kez daha küçük olan bir ısı üretimi için (diğer bir söylemle etkin olarak sıfır) aynı hesaplamayı yineleyiniz.
- c. Her iki sonucu birbirleriyle karşılaştırdığınızda ne tür yargıya varırsınız? Konveksiyon sisteminin sıcaklığını ne tamponlamaktadır?

$G = 10 \text{ m/s}^2 * R/R_{\text{yeryuvarı}}$	$C_p = 1260 \text{ J/kgK}$	$\gamma = 0.05$
$Q_R = 0.01 \text{ } \mu\text{W/m}^3 = 10^{-8} \text{ W/m}^3$	$K = 5 \text{ W/mK}$	$\mu_0 = 10^{22} \text{ Pas}$
$\kappa = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$	$\alpha = 10^{-5} \text{ K}^{-1}$	$T_0 = 1300 \text{ }^\circ\text{C}$
$\rho = 4000 \text{ kg/m}^3$	$\beta = 0.01$	$\Delta T = 10 \text{ }^\circ\text{C}$