15.433 YATIRIM

Ders 2: Menkul Kıymetler ve Wall Street'de Rassal Yürüyüş

Bahar 2003

İçerik

Bir olayı rassal yapan şey nedir?

- Yazı-Tura:

- Bir sonraki günün hava sıcaklığını tahmin etmek.

Olasılık Dağılımları

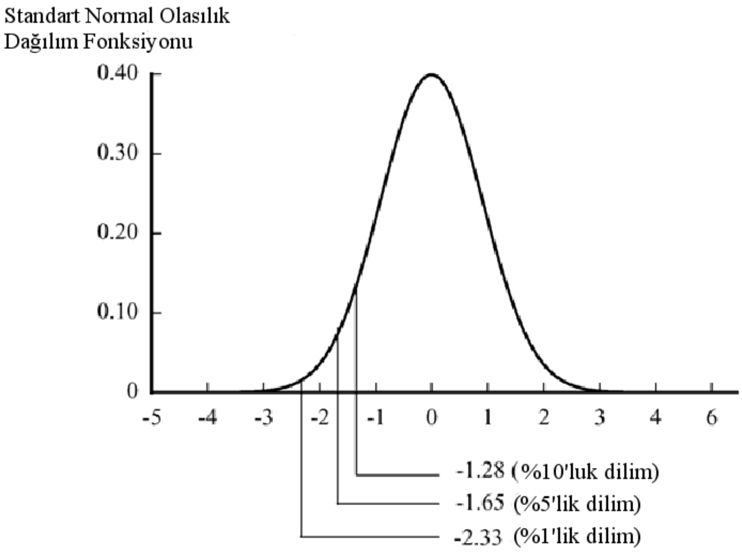
Rassal olaylar için matematiksel araçlar. İki bileşeni var: çıktılar ve onların olasılıkları.

Örnekler:

- Binom Dağılımı

$$X : \begin{cases} 0 & \text{p olasılıkla} \\ 1 & \text{1-p olasılıkla} \end{cases}$$

- Standart Normal Dağılım

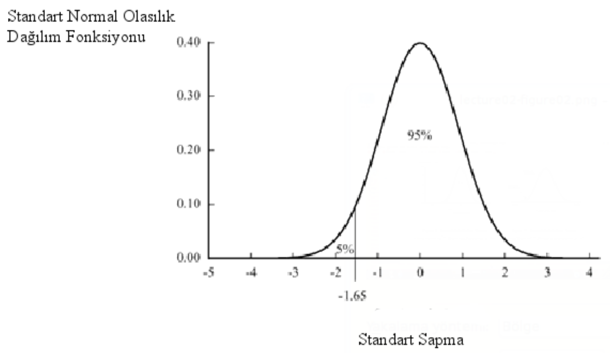


Şekil 1: Normal Dağılım, Kaynak: RiskMetrics^{TM} - Teknik Belge, s.69

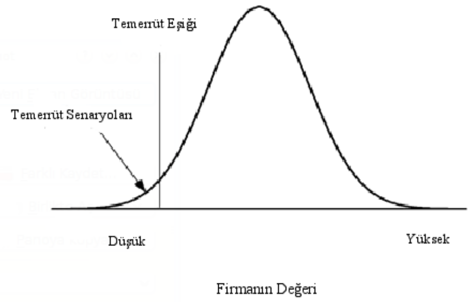
1 standart sapma 68.26 % olasılık

2 standart sapma 95.54 % olasılık

1 standart sapma 99.74 % olasılık



Şekil 2. Normal Dağılım, Kaynak: CreditMetrics - Teknik Belge, s.70



Şekil 3: Normal Dağılım, Kaynak: CreditMetrics - Teknik Belge, s.37.

Tarihsel Hatırlatma

1900 yılında “Spekülasyon Teorisi” üzerine yazdığı tezinde, Louis Bachelier, “piyasa dalgalanmasının olasılığını açıklayan bir formül” aradı. Brownian Hareketi’ni (Brownian motion) tanımlayan matematiksel bir formül elde etti.

Finans dünyasında, Brownian Hareketi, gece yarısı bir sarhoşun takip ettiği lamba ışığı olarak tanımlanan rassal yürüyüş olarak adlandırılır.

Hisse senedi fiyatlarındaki rassal dalgalanmaları tanımlamak için geometrik Brownian hareketini kullanan Fisher Black, Myron Scholes ve Bob Merton, Black-Scholes opsiyon fiyatlama formülünü geliştirdi.

Bu çalışma, 1970 yılı bahar döneminde, Merton ve Scholes MIT Sloan’ İşletme Okulu’ndayken gerçekleşti!

Hisse Senedi Fiyatlarının Davranış Modeli

Wiener Süreçleri

Kısa bir zaman süresinde , z'deki değişikliği gösterir:

$$\Delta z = \varepsilon\sqrt{\Delta t} \qquad (1)$$

burada ε standart normal dağılımdan N(0,1) elde edilen bir rassal sayıdır. Δz 'nin herhangi iki kısa zaman aralığı için değerleri birbirinden bağımsızdır. Birinci özellikten anlaşıldığı üzere Δz aşağıdaki özelliklere sahip normal dağılıma sahiptir:

$$\textit{Ortalama} \quad \Delta z = 0 \qquad (2)$$

$$\textit{Standart Sapma} \quad \Delta z = \sqrt{\Delta t} \qquad (3)$$

$$\textit{Varyans} \quad \Delta z = \Delta t \qquad (4)$$

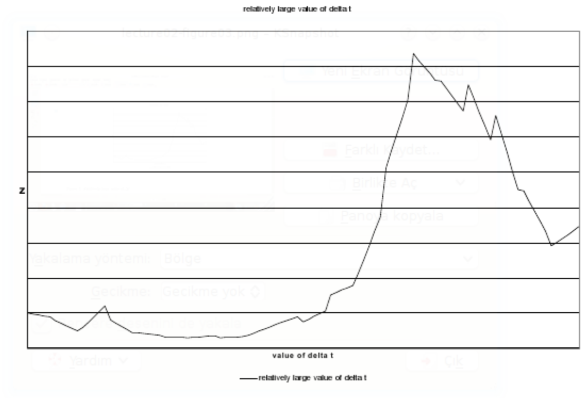
İkinci özellik z'nin Markov süreci izlediğini gösterir.[1] Göreceli olarak uzun bir zaman dilimi olan T'de, z'nin değerinde bir artış olduğunu ele alalım. Bu z(T)-z(o) olarak gösterilebilir. Bu, N sayıda ve uzunluğundaki küçük zaman dilimlerinde z'deki artışların toplamı olarak görülebilir. Burada

$$N = \frac{T}{\Delta t} \qquad (5)$$

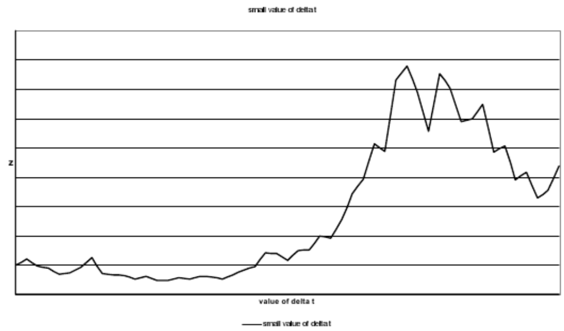
$$z(T) - z(0) = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i\sqrt{\Delta t} \qquad (6)$$

burada ε_i (1, 2,...,N), N(0,1) den rassal olarak seçilmiştir.

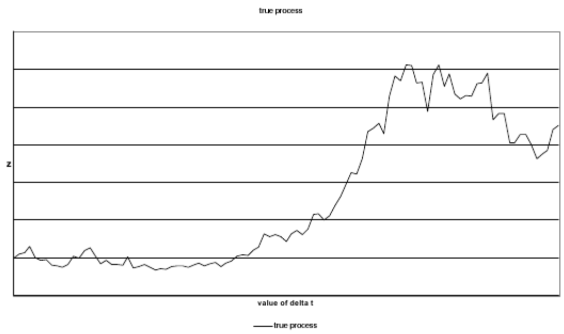
[1]Markov süreci, geleceği tahmin etmek için bir değişkenin sadece o günkü değerinin geçerli olduğu özel bir stokastik süreçtir. Değişkenin geçmişteki değeri ve değişkenin bugünkü değeri birbirinden alakasızdır. Hisse senedi fiyatları genellikle Markov süreci izler. Diyelim ki IBM'in hisse senedinin fiyatı şu anda 100 dolar. Eğer hisse senedi fiyatları Markov süreci izlerse, tahminlerimiz bir hafta, bir ay ya da bir yıl önceki fiyatlardan etkilenmemeli. Önemli olan tek bilgi fiyatın şimdi 100 dolar olmasıdır. Geleceğe yönelik tahminler belirsizdir ve olasılık dağılımları ile ifade edilmelidir. Markov özelliği, fiyatın herhangi bir gelecek zamandaki olasılık dağılımının fiyatın geçmişte izlediği patikaya bağlı olmadığını gösterir. Hisse senedi fiyatlarının Markov özelliği, piyasa etkinliğinin zayıf formu ile tutarlıdır. Bu, hisse senedinin bugünkü değerinin geçmişteki fiyatlarında yer alan bütün bilgiyi içerdiğini ifade eder. Eğer piyasa etkinliğinin zayıf formu geçerli olmasaydı, teknik analistler hisse senedi fiyatlarının geçmişteki değerlerinin grafiklerini analiz ederek ortalamanın üzerinde kâr elde edebilirlerdi. Onların bunu yapabildiklerine dair aslında çok az bulgu var. IBM'in geçmişteki hisse senedi fiyatının istatistiksel özellikleri hisse senedi fiyatının takip ettiği stokastik sürecin özelliklerini (örneğin volatilite) belirleme konusunda yardımcı olabilir. Burada anlatılmak istenen, hisse senedinin geçmişte izlediği belirli bir patikanın geleceği tahmin etmekle ilgili olmadığıdır.



Şekil 3. Büyük bir Δt değeri



Şekil 4. Küçük bir Δt değeri



Şekil 5. Doğru süreç $\Delta t \to 0$ iken elde edilir.

Wiener sürecinin ikinci özelliğine göre, ε_i ler birbirinden bağımsızdır, 6.denkleme göre z(T)-z(0) aşağıdaki özelliklere sahip normal dağılıma sahiptir:

$$\begin{array}{llcl} \textit{Ortalama} & [z(T)-z(0)] & = & 0 \quad (7) \\ \textit{Standart Sapma} & [z(T)-z(0)] & = & \sqrt{\Delta t} \quad (8) \\ \textit{Varyans} & [z(T)-z(0)] & = & \Delta t \quad (9) \end{array}$$

Bu, daha önceki bölümdeki tartışmayla tutarlıdır.

Genelleştirilmiş Wiener Süreci

Şu ana kadar anlatılan basit Wiener süreci, sıfır drift oranına ve 1.0 varyans oranına sahiptir. Drift oranının sıfır olması demek Z'nin gelecekteki beklenen değerinin onun cari değerine eşit olması demektir.Varyans oranının 1.0 olması T zaman diliminde z'nin değerindeki değişikliğin T'ye eşit olması demektir. X değişkeni için genelleştirilmiş bir Wiener süreci dz bağlamında aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$dx = a\ dt + b\ dz \tag{10}$$

burada a ve b sabit sayıdır. 10. denklemi anlamak için, sağdaki iki terimi ayrı ayrı ele almak yararlıdır. a dt terimi x'in zaman başına beklenen drift oranına sahip olduğunu gösterir. b dz terimi için denklem aşağıdaki gibidir:

$$dx = a\ dt \tag{11}$$

bu, şunu gösterir

$$\frac{dx}{dt} = a \tag{12}$$

veya

$$x = x_0 + a\ t \tag{13}$$

burada x_0 x' in sıfır zamanındaki değerini gösterir. T uzunluğundaki zaman diliminde, x, aT kadar artar. 10. denklemin sağ tarafındaki bdz terimi, x'in takip ettiği patikaya noise ya da değişkenlik eklemek olarak da düşünülebilir. Bu değişkenliğin miktarı b çarpı Wiener sürecine eşittir. Bir Wiener süreci, 1.0 standart sapmaya sahiptir. Buradan, b çarpı Wiener sürecinin standart sapması b olarak bulunur. Küçük bir zaman diliminde, Δt, x' in değerindeki değişiklik, Δx, 1. ve 10. denklemler kullanılarak elde edilir:

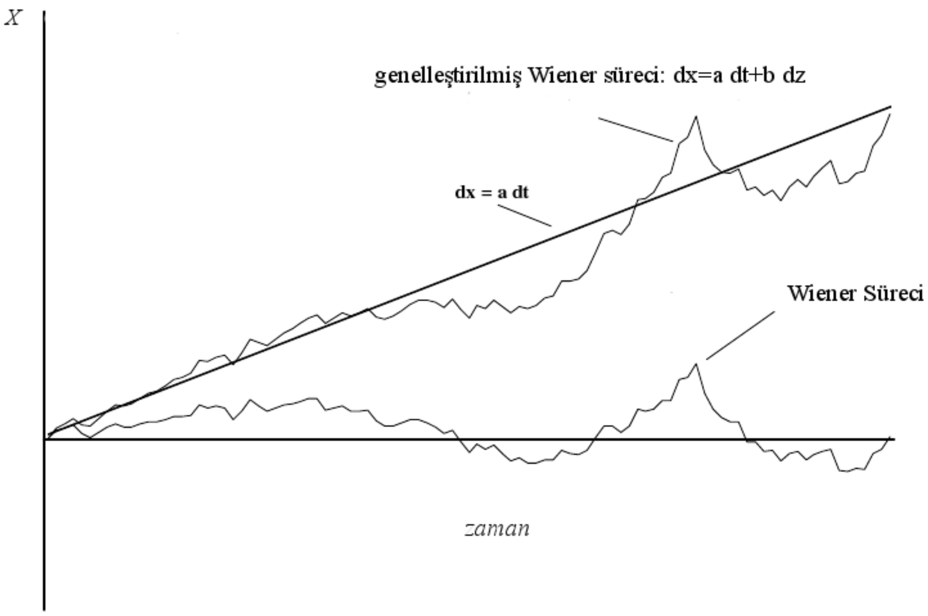
$$\Delta x = a\Delta t + \varepsilon\sqrt{\Delta t} \tag{14}$$

burada, daha önce olduğu gibi, ϵ, standart normal dağılımdan elde edilen rassal bir sonuçtur. Böylece, Δx aşağıdaki özelliklerle normal dağılıma sahiptir:

$$\begin{aligned} \textit{Ortalama} \quad \Delta x &= a\Delta t & (15) \\ \textit{Standart sapma} \quad \Delta x &= b\sqrt{\Delta t} & (16) \\ \textit{Varyans} \quad \Delta x &= b^2\Delta t & (17) \end{aligned}$$

Herhangi bir T zaman diliminde x' in değerindeki değişikliğin nasıl olduğuyla ilgili olarak Wiener süreci için yapılan benzer argümanlar aşağıdaki özelliklerle normal dağılıma sahiptir:

$$\begin{aligned} \textit{Ortalama} \quad \Delta x &= aT & (18) \\ \textit{Standart Sapma} \quad \Delta x &= b\sqrt{T} & (19) \\ \textit{Varyans} \quad \Delta x &= b^2T & (20) \end{aligned}$$



Şekil 6: Wiener Süreçleri

Böylece, 10. denklemde verilen genelleştirilmiş Wiener süreci, a drift oranına (yani zaman başına ortalama drift) ve b^2 varyans oranına (yani zaman başına varyans) sahiptir. Bu, şekil 6' da gösterilmektedir.

Hisse Senedi Fiyatları İçin Süreç

Bir hisse senedi fiyatının genelleştirilmiş bir Wiener süreci izlediğini, yani beklenen sabit bir drift oranına ve sabit bir varyans oranına sahip olduğunu önermek çekici olabilir, ancak bu model hisse senedi fiyatlarının önemli bir yönünü açıklamakta başarısızdır. Bu, yatırımcıların bir hisse senedinden beklediği yüzde getirinin hisse senedinin fiyatından bağımsız olduğudur. Eğer yatırımcılar hisse senedi fiyatı 10 dolar iken yüzde 14' lük bir yüzde getiri istiyorsa, diğer herşey sabitken, hisse senedinin fiyatı 50 dolarken de yüzde 14'lük beklenen getiri isteyeceklerdir. Açıkça görülüyor ki, sabit beklenen drift oranı varsayımı uygun değildir ve bu varsayımın beklenen getirinin (yani beklenen drift' in hisse senedi fiyatına bölünmesi) sabit olduğu varsayımı ile değiştirilmesi gerekir. Eğer S, hisse senedinin t zamanındaki fiyatıysa, S' deki beklenen drift oranı, sabit bir parametre μ için μS olarak varsayılmalıdır. Bu demektir ki kısa bir zaman süresinde, Δt, S' de beklenen artış $\mu S \Delta t$' dir. μ parametresi hisse senedinin beklenen getirisinin ondalık biçimde ifade edilmesidir. Eğer hisse senedi fiyatının oynaklığı (volatilitesi) daima sıfırsa, bu model şunu gösterir:

$$\Delta S = \mu S \Delta t \tag{21}$$

limit $\Delta t \to 0$

$$dS = \mu S dt \tag{22}$$

veya

$$\frac{dS}{S} = \mu dt \tag{23}$$

böylece

$$S_T = S_0 e^{\mu T} \tag{24}$$

burada S_0 ve S_T hisse senedinin sıfır ve T zamanındaki fiyatıdır. 24. denklem, varyansın sıfır olduğu durumda hisse senedi fiyatının zaman başına μ oranında bileşik olarak sürekli arttığını gösterir. Pratikte tabii ki hisse senedi fiyatı oynaklık gösterir. Kısa bir zaman diliminde, Δt, yüzde getirinin değişkenliğinin hisse senedinin fiyatına bağlı olmaksızın aynı olması makul bir varsayımdır. Başka bir deyişle, yatırımcı hisse senedi fiyatı 50 dolar iken olduğu kadar 10 dolar iken de kararsızdır. Bu, kısa bir zaman dilimindeki, Δt, değişikliğin standart sapmasının hisse senedinin fiyatına orantılı olması gerektiğini gösterir ve şu modele yol açar

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz \tag{25}$$

veya

$$dSS = \mu dt + \sigma dz. \tag{26}$$

26. denklem hisse senedi fiyatının davranışıyla ilgili olarak en çok kullanılan modeldir. σ değişkeni hisse senedinin oynaklığını, μ değişkeni ise beklenen getiri oranını gösterir.

Modelin kesikli-zaman versiyonu ise

$$\frac{\Delta S}{S} = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \tag{27}$$

$$\Delta S = \mu S \Delta t + \sigma S \varepsilon \sqrt{\Delta t} \tag{28}$$

ΔS değişkeni, kısa bir zaman diliminde, Δt, hisse senedinin fiyatındaki, S, değişikliği gösterir ve ε standart normal dağılımdan (yani ortalaması sıfır, standart sapması 1 olan normal dağılımdan) elde edilmiştir. μ parametresi zaman başına hisse senedinden beklenen getiri oranını ve σ parametresi hisse senedi fiyatının oynaklığını gösterir. Her iki parametre de sabit olarak varsayılır.

27. denklemin sol tarafı, kısa bir zaman diliminde, Δt, hisse senedinin getirisini gösterir. $\mu \Delta t$ terimi bu getirinin beklenen değerini, ve $\sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t}$ terimi getirinin stokastik bileşenini gösterir. Stokastik bileşenin varyansı (ve sonuç olarak tüm yatırımın varyansı) $\sigma^2 \Delta t$' dir. Bu, oynaklığın, σ, tanımı ile tutarlıdır. Yani, σ öyle bir parametredir ki, $\sigma \sqrt{\Delta t}$, kısa bir zaman dilimindeki, Δt, getirinin standart sapmasıdır.

27. denklem $\Delta S / S$' nin $\mu \Delta t$ ortalama ve $\sigma \sqrt{\Delta t}$ standart sapmayla normal dağılıma uyduğunu gösterir. Bir başka ifadeyle,

$$\frac{\Delta S}{S} \approx N\left(\mu \Delta t, \sigma \sqrt{\Delta t}\right) \tag{29}$$

Neden Normaller?

Hisse senedi fiyatlarındaki rassal dalgalanmaları geometrik Brownian hareketi kullanarak modelleyin. Bunun hisse senetlerinin getirisi için imâ ettiği: normal dağılım (sürekli bileşik getiriler için).

Yıllık hisse senedi getirisi (μ) ortalama ve (σ) standart sapma ile normal dağılır. S&P 500 endeksi için, μ yaklaşık olarak yüzde 12, ve σ yaklaşık olarak yüzde 15'tir. σ oynaklık olarak da adlandırılır.

Zaman periyodunu, diyelim ki Δt' yi sabitleyin. Δt süresince hisse senedi getirisi $\mu\Delta t$ ortalama ve $\sigma\sqrt{\Delta t}$ standart sapmayla normal dağılıma uyar. Günlük getirilerin dağılımı nasıldır?

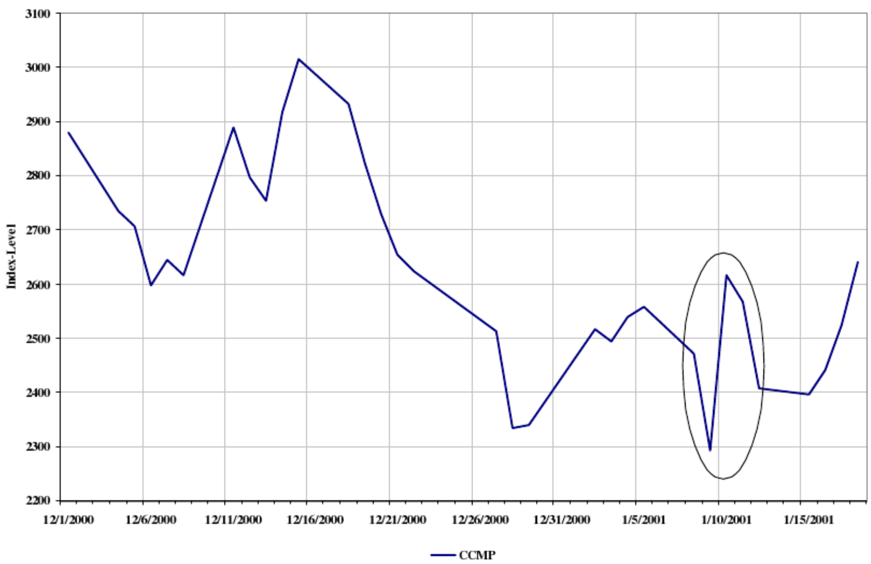
Normal Olmayan Olaylar

Olumsuz bir sürpriz: 19 Ekim 1987'de, S&P 500 endeksi bir günde % 23'ten fazla düştü.

Olumlu bir sürpriz: 3 Ocak 2001'de Nasdaq bileşik endeksi bir günde % 14'ten fazla arttı.

Diyelim ki günlük hisse senedi getirilerini tanımlamak için normal dağılım kullanıyoruz. Bu tür sürprizlerin olması olasılığı ne kadardır?

Pozitif Bir Sürpriz



Şekil 4:Nasdaq, 1 Aralık-18 Ocak 2001, 2 ve 3 Ocak'ta ani değişiklikler var.

Değer Kaybı Riski

r aşağıdaki özelliklere sahip günlük getiriyi göstersin:

- normal dağılır
- ortalaması 0.12/252=0.000048
- standart sapması $0.15.\sqrt{2}52$

’87 yılındaki gibi değer kaybı olasılığı ne kadardır? Prob(r<0.23)=?

- Önce, r’yi standart normale çevir.

$$X = \frac{r - 0.00048}{0.0094} \tag{30}$$

- Sonra, r’nin kritik değerini X’in kritik değerine dönüştür:

$$\frac{-0.23 - 0.00048}{0.0094} \approx -23 \tag{31}$$

- Son olarak, X’in normal dağıldığı bilindiğine göre,

$$Prob(X < -23) = N(-23) = 10^{-127}! \tag{32}$$

Normal Dağılımın Açıklayamadığı Şeyler. . .

Hisse senedi fiyatlarında normal dağılımla açıklanamayan büyük hareketler (hem aşağı hem yukarı) vardır.

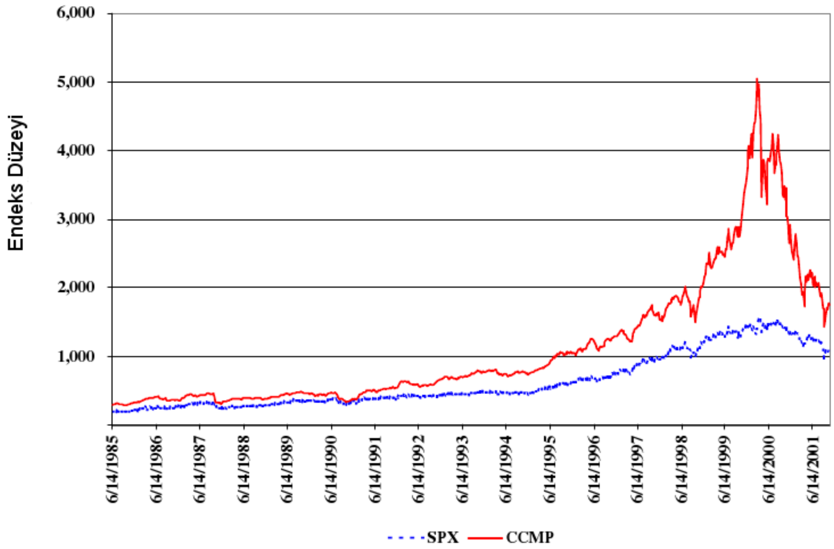
Matematiksel olarak, normal dağılımın kuyruk dağılımı çok incedir. Geçmişte, hisse senedi getirilerinin kalın kuyruklu (fat-tailed) olduğu görülmüştür.

Eğer normal dağılıma dayanarak finansal kararlar alırsak, büyük hareketleri kaçırırız. Sonuçlar, felaket olur!

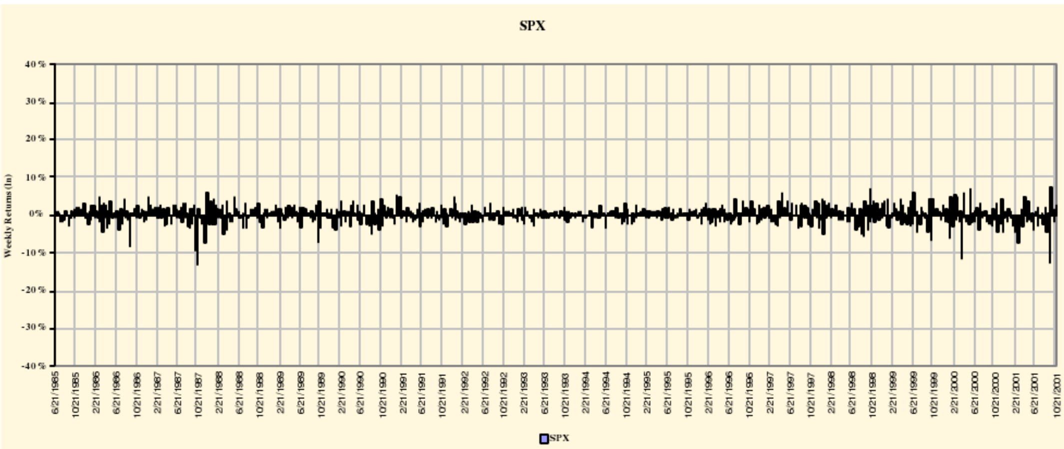
Bu, özellikle kısa bir dönem için yapılan kaldıraçlı yatırımlar için önemlidir.

Risk yönetiminde kuyruk kalınlığı önemli bir noktadır.

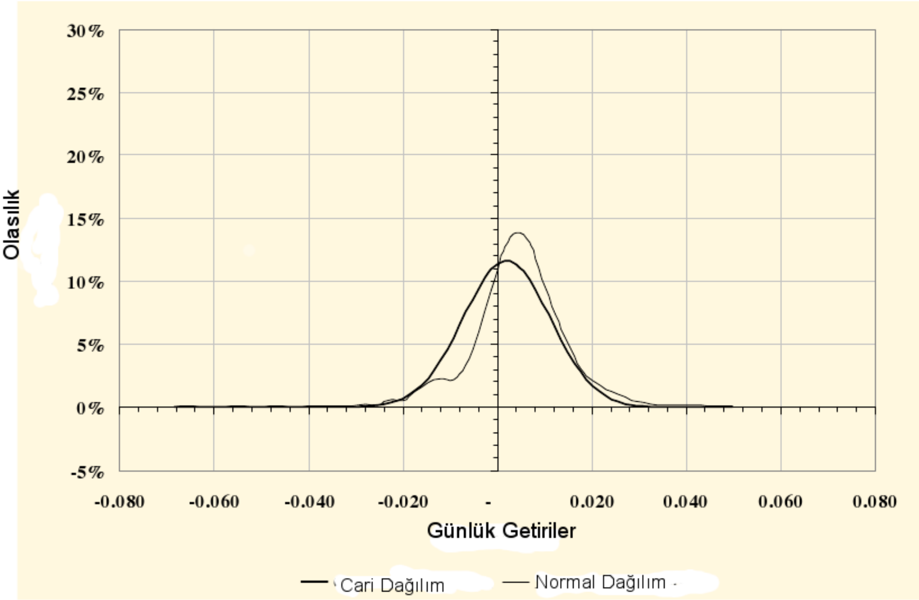
Veri Analizi



Şekil 7: S&P 500 ve Nasdaq Endeksleri, Kaynak: Bloomberg Profesyonel



Şekil 8: S&P 500 günlük getiriler, Kaynak: Bloomberg Profesyonel



30%
25%
20%
15%
10%
5%
0%
-5%
Olasılık
-0.080
-0.060
-0.040
-0.020
-
0.020
0.040
0.060
0.080
Günlük Getiriler
Cari Dağılım
Normal Dağılım

Veri Analizi için Önbilgiler

Ham veri verildiğinde trendlere bakın. Eğer trend varsa, birinci aşama daima veriyi trendlerden arındırmaktır.

Neden?

$r_1, r_2, r_3 ... r_N$ için i.i.d varsayımı: getiriler birbirinden bağımsızdır ve aynı şekilde dağılmıştır.

Ne kadar çok gözlemimiz olursa, olasılık dağılımı hakkında o kadar çok şey biliriz. . . .
Fakat, **yapısal değişiklikleri** unutmayın!

Ampirik Dağılım

1. Çıktıları sıralayın. $r_1, r_2, r_3 ... r_N$

2. Minimum çıktıyı $\bar{x}$, maksimum çıktıyı $\underline{x}$ olarak gösterin. $[\bar{x}, \underline{x}]$'ı eşit olarak K sepete ayırın:

Sepet 1 $[\overline{x}, \underline{x} + \Delta x]$
Sepet 2 $[\overline{x} + \Delta x, \underline{x} + 2\Delta]$
...

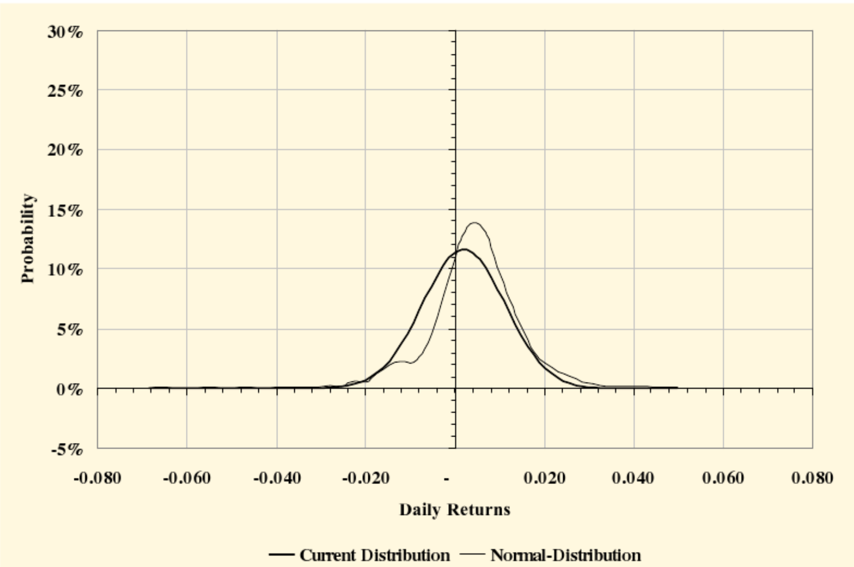
Sepet 3 $[\overline{x} - \underline{x}], \underline{x}$

burada $\Delta x = (\overline{x} + \underline{x})/K$

3. K sayısını sabitleyerek, K sepetine düşen r_i'lerin sayısını, N_K, hesaplayın.

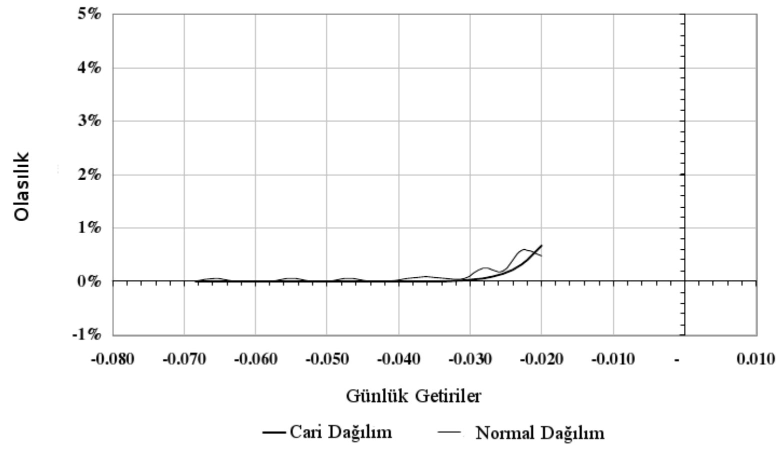
4. Bunu k=1, 2, 3...,K için tekrarlayın, böylece bir dizi sepet ve onların olasılığını elde ederiz.

5. Son olarak, olasılığı yeniden normalleştirmeliyiz ki r_i'nin [x̄,x] 'ye düşme olasılığı 1 olsun.

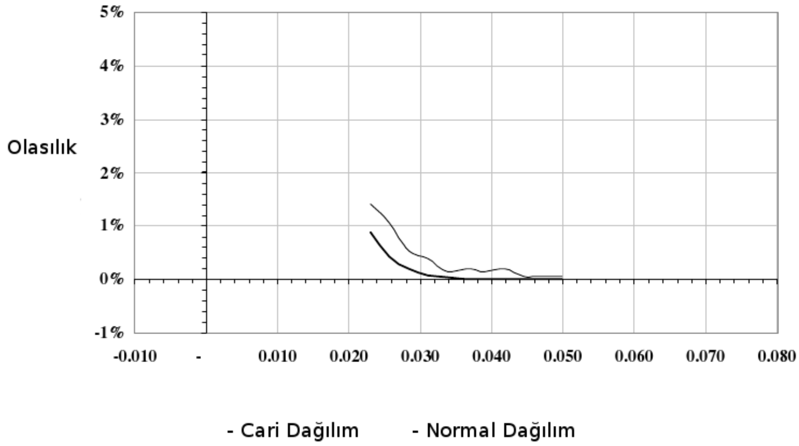


Şekil 10. SP 500 endeksinin günlük getiri dağılımı

Kalın Kuyruklar



Şekil 11: S&P 500 endeksinin günlük getiri dağılımının sol kalın kuyruğu, %5 sol tarafta



Şekil 12: S&P 500 endeksinin günlük getiri dağılımının sağ kalın kuyruğu, %5 sağ tarafta

Örneklem İstatistikleri

ortalama

$$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} r_i \tag{33}$$

varyans

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (r_i - \mu)^2 \tag{34}$$

çarpıklık

$$\text{çarpıklık} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (r_i - \mu)^3}{\sqrt{\sigma^3}} \tag{35}$$

basıklık

$$\text{basıklık} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (r_i - \mu)^4}{\sigma^2} \tag{36}$$

Standart Hata

Örneklem ortalamasını, μ, örnek olarak alalım:

ortalama:

$\mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} r_i$

r_i'lerin durağan bir dağılımdan (ve ergodik[2]) rassal seçimler olduğunu biliyoruz. Aslında, analizimizi basitleştirmek için onların i.i.d. olduğunu varsaydık.

Bu, örneklem ortalaması μ'nün de rassal bir değişken olduğunu gösterir.

- Ortalaması nedir?
- Standart sapması nedir?

Standart hatalar: tahmincilerin kesinliğini ölçer.

[2]ergodik: limitte, bir yerdeki tüm noktaların eşit sıklıkla kapatılması, veya noktalar arasından yeterince büyük bir nokta seçildiğinde, her bir noktanın bütünü eşit olarak temsil etmesi özelliğine sahip olması. [Oxford İngilizce Ansiklopedisi]

Koşullu Versiyon

Şimdiye kadar, hisse senedi getirilerinin dağılımının zaman süresince aynı kaldığını varsaydık. Örneklem istatistiklerini, tarih kendini aynı olasılık kanununa tabi olarak tekrarlıyormuş gibi hesapladık.

Fakat bunun doğru olamayacağını biliyoruz. Eğer olasılık kanunlarının zamanla değiştiğine inanmamak için sebeplerimiz varsa, veriyi nasıl kullanırız?

Örneğin, diyelim ki günlük getirilerin her ay t, μ_t ortalama ve σ_t standart sapmayla normal dağıldığına inanıyoruz.

Koşullu bilgiyi dikkate almanın en kolay yolu örneklem ortalamasını ve standart sapmayı her ay hesaplamaktır.

Zaman Serisi Kalıpları

Örneklem istatistiklerinin koşulsuz versiyonu bize hisse senetlerinin günlük getirileri hakkında durağan bir görüntü verirken, koşullu versiyon daha dinamik bilgi sağlar. Örneğin;

- Koşullu beklenen getiriler zamanla değişir, fakat çok fazla devamlılık yoktur.
- Koşullu oynaklıklar da zamana bağlı olarak değişir. Ayrıca, son derece kararlı görünürler.
- Getiri ve oynaklık arasında negatif bir ilişki vardır: piyasa inişteyse, oynaklık artar.

  Bu konuları detaylı olarak 9. derste tekrar ele alacağız.

Özet

Rassal olayları tanımlamak ve değerlendirmek için olasılık dağılımlarını kullanırız.

Hisse senedi fiyatlarındaki dalgalanmaları açıklamak için normal dağılımların kullanılması eski bir gelenektir.

Ancak, normal dağılımlar büyük sürprizleri açıklamakta yetersizdir.

Ampirik dağılım ve örneklem momentleri, veriden bilgi elde etmekte faydalı olan istatistiksel araçlardır. Durağanlık önemli bir varsayımdır. Örneklem momentlerinin kesinliği, standart hatalarla ölçülebilir.

Örneklem istatistikleri hem koşullu hem de koşulsuz versiyonlarda kullanılabilir. Koşullu versiyon veri hakkında daha dinamik bilgi sağlar.

Odak Noktası:

BKM Bölüm 3&5 (Bölüm 3: Bu bölüm genel bilgileri verir, IPO, özel yerleştirme, ikincil piyasalar gibi bazı temel kavramları öğrenmeniz gerekiyor).

- s.137 (olasılık dağılımı, standart sapma);
- s.141 (şekil 5.4);
- s.149 ve 150 (sürekli bileşik faiz hesaplanması);

Okuyun: Fama (1995)

Potansiyel soru çeşitleri: Bölüm 3, kavram bilgisi soruları 2, 3, s.98., 2, 5, 11, 17, 22. sorular, bölüm 5,s. 146ff. 10, 12, 15. sorular.

Bir Sonraki Ders İçin Sorular

Lütfen okuyun:

- BKM Bölüm 6 ve 7,
- Elton ve Gruber (2000), ve
- Kritzman (1992)

Şu sorular hakkında düşünün:

- Yatırım kararının iki önemli bileşeni: yatırım fırsatı ve yatırımcı
- Kabul edilmelidir ki her yatırımcı diğerinden farklıdır ve yatırım fırsatı zaman boyunca sabit kalmaz.
- Eğer genel bir piyasa ortamında, genel bir yatırımcı için bir yatırım modeli oluşturmanız istenirse, modelinize dahil edeceğiniz temel özellikler nelerdir?