15.433 YATIRIM

Ders 15: Forward (alivre), Vadeli İşlem (Futures) Sözleşmeleri & Swaplar

Bahar 2003

Faiz Türevleri

Faiz swapları, alt sınır (floors) ve üst sınır (caps) anlaşmaları, ve swap opsiyonları (swaption) tezgâhüstü (OTC) faiz türevleridir.

Geniş olarak tanımlarsak, türev enstrümanları, belli bir varlığın fiyatındaki değişikliklere veya farklı menkul kıymetlerin getirilerindeki farklılıklara dayanarak taraflar arasında yapılan bir alım-satım anlaşmasıdır.

Örneğin, faiz swapları iki faiz oranı arasındaki farklılıklara dayanırken, faiz alt sınır ve üst sınır anlaşmaları (caps ve floors) faizler için uygulanan opsiyon benzeri enstrümanlardır.

Organize piyasalardan farklı olarak, tezgahüstü piyasalar (OTC) elektronik iletişim ağları kullanarak işlemleri takip eden dealer veya piyasa yapıcılardan oluşan resmi olmayan bir piyasadır.

Her ne kadar tezgâhüstü piyasalarda önemli miktarda sözleşme standardizasyonu görülse de, bu piyasadaki dealer'lar müşterilerinin özel ihtiyaçlarını karşılamak için müşterilere özel anlaşmalar da gerçekleştirirler.

Tezgâhüstü piyasaların organize piyasalardan başka bir farklılığı; organize piyasalarda, takas odaları, günlük kayıp ve kazançları dikkate alarak belirlenen asgari teminat sistemi yoluyla sözleşmenin yerine getirilmesini garanti altına alırken, tezgâhüstü piyasalarda taraflar bazı riskleri göze almak zorundadır.

Uluslararası Ödemeler Bankası (BIS) tarafından sağlanan verilere göre, Haziran 2000 tarihi itibariyle gerçekleştirilen türev ürün sözleşmelerinin miktarı \$94 trilyondur. Faiz segmenti %7 artarak \$64.1 trilyona çıkmıştır.

- Faiz swaplarının miktarı \$48 trilyondur. Bunların \$17 trilyonu USD swapları'dır.
- Aynı zamanda Amerika'nın toplam kamu borcu (hazine ve yerel borçlar dahil) \$5 trilyondur.
- Faiz opsiyonlarının toplam nominal değeri \$9 trilyondur.

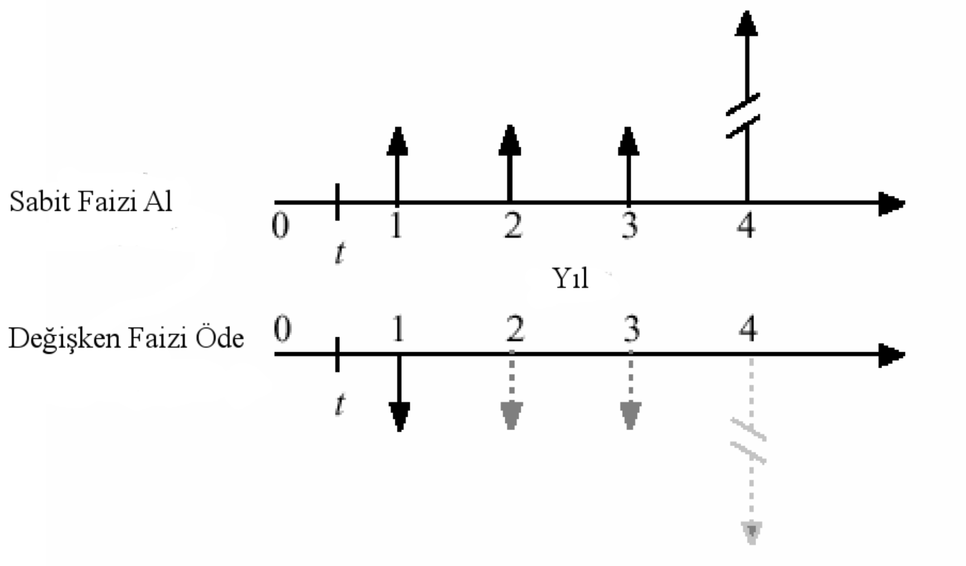
Swap'ların Tarihçesi

Swap sözleşmesi, sabit bir miktarın ödenmesi ve daha sonra önceden belirlenmiş periyotlarla değişken miktarların elde edilmesi yükümlülüğüdür.

Ödemelerin yapıldığı tarihe ödeme tarihi denir. Eğer ödeme tarihinde sabit miktar değişken miktardan fazlaysa, swap alıcısı satıcıya aradaki farkı nakit olarak öder. Eğer ödeme tarihinde değişken miktar sabit miktardan fazlaysa, swap satıcısı alıcıya aradaki farkı nakit olarak öder.

Bir swap sözleşmesi, teslimat fiyatları aynı, vadeleri farklı olan forward sözleşmelerinden oluşan portföye benzerdir. Swap sözleşmeleri aşağıdaki yönlerden forward sözleşmelerine benzer:

- Herhangi bir günde, swap sözleşmelerinin değeri pozitif, negatif veya sıfır olabilir.
- Swap anlaşmasının maliyetsiz olması için, sabit ödeme miktarı başlangıçta seçilir. Swap'ın değerini sıfırlayan sabit ödeme miktarına swap fiyatı denir.



Şekil 1: Swap anlaşmasının sabit ve değişken ayağı.

Swap konusu Para ve Sermaye Piyasaları dersinde anlatıldığı için burada bu konudan az bahsedeceğiz. Daha çok bu enstrümanların fiyatlaması ve finansal riskten korunması konularına odaklanacağız.

İlk swap, 1980 yılında IBM ve Dünya Bankası arasında yapılan para swapıydı.

İlk faiz swapı, 1982 yılında Öğrenci Kredi Pazarlama derneği (Student Loan Marketing Association) tarafından yapıldı. Dernek, orta vadeli sabit faizli borcunun faiz ödemelerini, üç aylık hazine tahvil getirilerine endeksli değişken faizle takas etti.

Standart bir para swapında, alıcı her ödeme gününde (örneğin 6 ayda bir), yabancı para biriminin dolar cinsinden değeri (örneğin, 1 poundun dolar cinsinden değeri) ile yerli para birimindeki sabit miktar (örneğin, 2 dolar) arasında kalan farkı alır. Her ödeme gününde spot piyasasında kurlar rassal olarak değiştiği için, yabancı para biriminin dolar cinsinden değeri de rassal olarak değişir. Eğer bu fark negatifse, swap alıcısı aradaki farkı swap satıcısına öder.

Benzer şekilde, hisse senedi endeksi swapında, alıcı, hisse senedi endeksinin dolar cinsinden değeri ile sabit ödeme miktarı arasındaki farkı alır.

En yaygın swap çeşidi faiz swapıdır. Faiz swapının alıcısı, her ödeme tarihinde (örneğin 6 ayda bir) değişken faiz oranı (örneğin LIBOR) kullanılarak hesaplanan faiz ile sabit faiz oranı (örneğin, 6 ayda bir %5) kullanılarak hesaplanan faiz arasındaki farkı alır. Faiz, anapara nominal değeri (notional) dikkate alınarak hesaplanır.

Bir hisse senedi endeksi swapı veya faiz swapı yabancı bir para birimiyle hesaplanıyorsa, hisse senedi veya faiz oranı riskine ek olarak döviz kuru riski de dikkate alınmalıdır.

Eğer döviz kuru söz konusu işlemle negatif olarak ilişkiliyse, bu kur riski aslında istenen bir şeydir. Bununla birlikte, bir çok swap sözleşmesi sabit kur üzerinden ifade edilir, böylece sadece faiz ya da hisse senedi riski söz konusu olur.

Swap Piyasasının Gelişimi

Neredeyse bütün swaplar tezgâhüstü piyasalarda işlem görürler. Ancak, borsalar şimdi swapları da dahil etmeye çalışıyorlar.

Swapların vadesi genelde 2 ila 10 yıl arasında değişir.

Uluslar arası Dealerlar Derneği'nin (ISDA) tahminine göre 30 Haziran 1997 itibariyle \$23.7 trilyon değerinde para ve faiz swapı bulunmaktadır, ve bunun %93'ü faiz swapıdır. (Kaynak: ISDA web sayfası http://www.isda.org)

İlk başta, bankalar swap alıcı ve satıcılarını bir araya getirmede aracı rolünü üstlendiler. Zamanla, risklerini diğer türev araçlarıyla azaltmayı öğrendikçe bankalar swap anlaşmalarının taraflarından biri haline geldiler. Bu, depolama (warehousing) olarak bilinir ve işlemler "Matched-book trading" olarak adlandırılır.

Swap anlaşmalarını vadeli işlem araçlarıyla finansal riskten korumak maliyet-etkin bir yöntemdir fakat forward (alivre) ve vadeli işlem (futures) sözleşmelerinin bir portföyü olan swap ile aralarında doğrusal olmayan bir ilişki olduğu için finansal riskten korunma karışıklıklarına yol açar. Forward (alivre) sözleşmeler ve vadeli işlem sözleşmeleri (futures) arasında küçük farklılıklar olduğunu hatırlayın. Bu tartışmayı, dersin sonuna bırakıyoruz.

Pratisyenler, swapları finansal riskten korurken vadeli işlem sözleşmeleri (futures) ve forward (alivre) sözleşmeleri arasındaki konvekslik marjını düzeltmek için özel ya da belli bir modele dayanan metotlar kullanırlar.

Faiz Swapı Örneği

Bu örnek, Hull'ın kitabının 147 ve 149. sayfalarından alınmıştır.

A'nın değişken faizli bir kredi istediğini varsayın. Genelde, değişken faiz LIBOR'a bağlıdır. LIBOR, ödeme tarihi periyoduna göre belirlenir. Örneğin; ödeme her altı ayda bir yapılıyorsa, değişken faiz oranı LIBOR'un 6 aylık spot oranıdır (gelecek 6 ay boyunca geçerli olacak).

B'nin sabit oranlı bir ipotek istediğini varsayın. Genelde sabit oranlı kredi, hazine tahvilinin vadeye kadar getirisine bağlıdır.

A ve B tarafları arasındaki borçlanma yapısı (swapsız) aşağıdaki gibidir:

S&P Kredi Notu	Taraf	Sabit (%)	Değişken (%)
AA	A	10	LIBOR + 0.3
BBB	B	11.2	LIBOR + 1.0
Kazanç	Δ_{B-A}	1.2	0.7

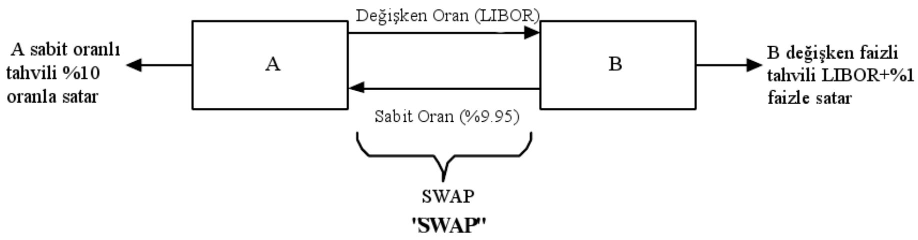
B'nin değişken faizli kredilerde göreceli avantajı olduğunu söyleriz. Böylece, B, A'ya değişken faizli bir kredi verebilir. Benzer şekilde, A, B'ye sabit oranlı bir kredi teklif edebilir. Faiz swapı kullanılarak yapılan bu teklifler, kredi için direkt olarak piyasada buldukları oranlardan daha caziptir.

Göreceli avantaj kazancı= $(1.2 - 0.7)\% = 0.5\%(50b.p.)$

Not: 100 baz puanı (b.p)=1%

A ve B tarafları kazancı bölmeye karar verebilirler, ve böylece her iki taraf da borçlanmasını %0.25 oranında iyileştirebilir.

Hatırlayın: B sabit oran, A değişken oran istiyor. A ve B tarafları bir faiz swapı anlaşmasını aşağıdaki şekilde yapabilir:



Şekil 2: Faiz swapı örneği.

A ve B'nin yükümlülüklerinin itibari değerini her biri için \$100 milyon varsayarak (yani sabit oran ve değişken oranlı tahvillerdeki kısa pozisyonlarını), swap anlaşmasının anapara nominal değeri de \$100 milyon olarak belirlenebilir. Anapara, hiçbir zaman el değiştirmez.

Net Etki:

- B aşağıdaki oranda borçlanır:

$(LIBOR + 1\%) - LIBOR + sabit = 10.95\%$

Swap anlaşmasının sabit faiz ayağı= 9.95%

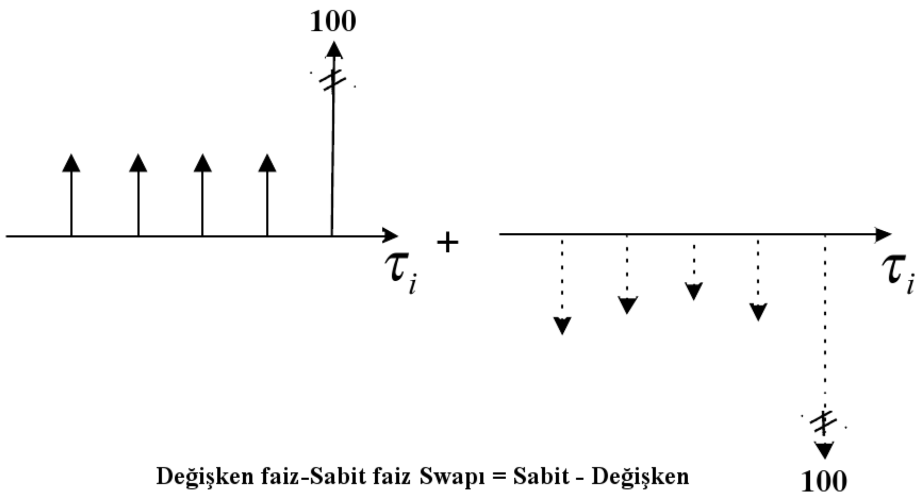
(Not: 10.95% oranı, B' nin 25 baz puanlık kazancının %11.2' den çıkarılmasıyla hesaplanmıştır).

- A aşağıdaki oranda borç alır:

$$10\% + LIBOR - 9.95\% = LIBOR + 0.05\%$$

Swap anlaşmasının değişken ayağı LIBOR tarafından belirleniyor. Bu, LIBOR+spread de olabilirdi. O zaman, pariteyi sağlamak için swapın sabit ayağını spread miktarı kadar artırmamız gerekecekti.

Sentetik Swaplar



Değişken faiz-Sabit faiz Swapı = Sabit - Değişken

Swapın nominal değerinin \$100 olduğunu ve altı ayda bir ödeme yapıldığını varsayalım. r_t 6 aylık LIBOR oranı olsun. Swap oranı, 0 zamanında bilinen s oranı olsun. Kullanım tarihinde, τ_i, sabit faizli borç almış taraf \$100/2 miktarını alır ve $\$100 r_{\tau_{i-1}}/2$ miktarında ödeme yapar.

Sentetik swap da buna benzer:

Değişken Faiz-Sabit Faiz Swap= Sabit - Değişken

Sabit faizli swapın 0 zamanındaki değeri:

$$A_0 = \sum_{i=1}^{8} \frac{\frac{\$100 \cdot s}{2}}{\left(\frac{1+r_{0,\tau_i}}{2}\right)^i} + \frac{\$100}{\left(\frac{1+r_{0,4}}{2}\right)^8} \tag{1}$$

Değişken faizli swapın 0 zamanındaki değeri: $B_0 = \$100$

0 zamanında başlayan bir swap için swap oranı s' dir, böylece $A_0 = B_0$ olur.

Swap Değerlemesi

Swapın vadesinin T yıl olduğunu ve altı aylık ödemeleri olduğunu varsayalım.

$$t = 0.5, 1, 1.5, \ldots, T \tag{2}$$

burada t, 0 ve T arasındaki altı aylık dönemlerdir.

Notasyonu basitleştirmek için, $D(t, n)$, $t + n$ zamanında yapılacak ödemenin zaman değerini göstersin:

$$D\left(t, n\right) = \frac{1}{\frac{1+r_{t,n}}{2}^{2n}} \tag{3}$$

Sentetik swap argümanını kullanarak, 0 zamanındaki swap oranını aşağıdaki gibi hesaplayabiliriz:

$$s_0 = 2 \cdot \frac{1 - D\left(0, T\right)}{\sum_{i=1}^{2\cdot T} D\left(0, i/2\right)} \tag{4}$$

Burada, swap oranı s_0' ın kuponlu bir tahvilin başa baş fiyatı olduğunu görüyoruz. Yani, s_0 başabaş bir tahvilin kupon ödemesine eşittir.

Swaption (Swap Opsiyonları)

Swaption, faiz swapları opsiyonlarıdır.

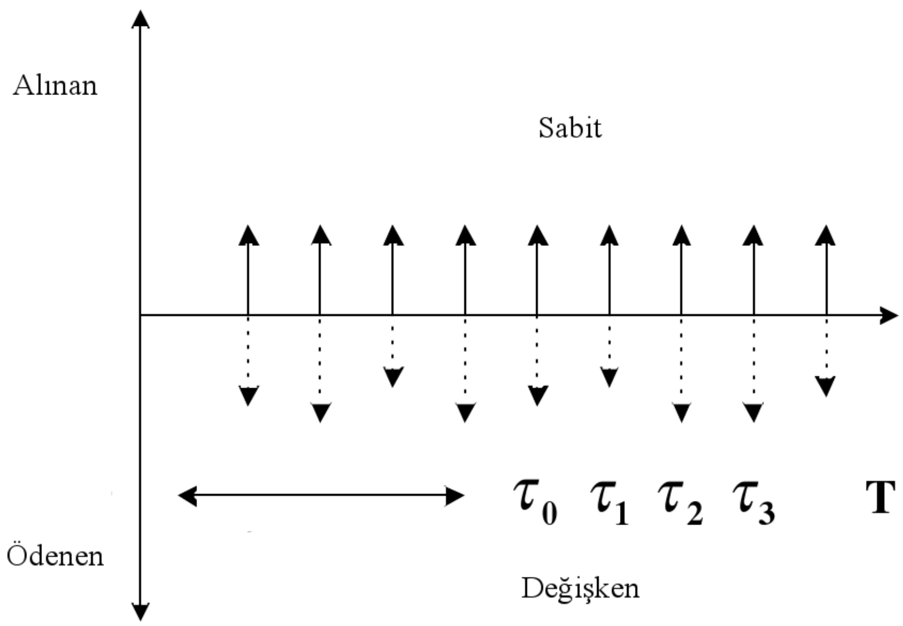
T zamanlı Avrupa stili swap opsiyonu, kullanıcıya gelecekte bir tarihte daha önceden belirlenmiş bir oranda K, bir swap anlaşmasına girme hakkını veren bir sözleşmedir. s_τ, T yıllık swap oranı olsun. Kullanım tarihinde, τ, swap opsiyonunun ödemesi:

$(K - s_\tau)^+ P_T/2$ (alacaklı tarafın swap opsiyonu)

$(s_\tau - K)^+ P_T/2$ (borçlu tarafın swap opsiyonu)

burada $P_\tau = D(\tau, 0.5) + D(\tau, 1)+, ... + D(\tau, T)$, τ ve T arasında altı ayda bir yapılan ödemelerin zaman değerini gösterir.

Amerikan Stili Swap Opsiyonları



Şekil 4: Swap nakit akışları.

Swap Opsiyonları Değerlemesi

Swap opsiyonunun kullanım tarihinde, τ, değerinin pozitif olması τ zamanındaki swap oranına s_τ bağlıdır. Bu değer, 0 zamanında bilinemez.

Genel yaklaşım swap oranı s_τ' nin log normal olduğu varsayımıdır. Fiyatlama formülü Black-Scholes formülüne benzer.

Swap opsiyonunun değeri s_τ' nin dağılımına ve oynaklığına bağlıdır.

Eğer 0 zamanında gelecekteki swap oranı s_τ bilinirse, o zaman swap opsiyonları değersizdir.

Tavan ve Taban Anlaşmaları

Faiz tavan anlaşması (üst sınır anlaşması), satıcıya, belirlenen piyasa faiz endeksi taahhüt edilen üst sınırı geçtiğinde aradaki farkı alma hakkını verir.

Tavan anlaşmaları, değişken oranlı kredilerin faizini maksimum bir düzeyde sabitleyen garantiler sonucunda ortaya çıkmıştır.

Tezgâhüstü piyasalarda faiz tavan anlaşmalarının işlem görmeye başlaması, bankaların piyasaya satmak için bonolar üzerinde bu şekildeki garantileri çıkardığı 1985 yılına kadar gider.

1980lerdeki kaldıraçlı satın alma patlaması, faiz tavan anlaşmalarının gelişimini hızlandırdı. Kaldıraçlı satın alma işlemini gerçekleştiren firmalar, faizlerin artması durumunda onları finansal risklere karşı duyarlı hale getiren büyük miktarlarda kısa dönemli borçlanma gerçekleştirdiler. Sonuç olarak, bu finansal sıkıntıları azaltmak için, borç verenler borç alanların faiz tavan anlaşmasını satın almasını zorunlu kılmaya başladılar.

Faiz tavan anlaşmasına benzer şekilde, faiz taban anlaşması satıcıya, belirlenen piyasa faiz endeksi taahhüt edilen alt sınırın altında kaldığında aradaki farkı alma hakkını verir.

Swap Opsiyonları ve Faiz Tavan Anlaşmaları

Faiz tavan anlaşmaları ve swap opsiyonları finansal piyasalarda genellikle ayrı enstrümanlar olarak işlem görürler, ve faiz tavan anlaşmalarını değerlemek için kullanılan modeller swap opsiyonlarını değerlemek için kullanılan modellerden farklıdır.

Bununla birlikte, Wall Street'deki birçok firma tavan swapları ve swap opsiyonları için modeller kalibre ederken bunları ayrı ayrı düşünürler. Bu da, bu türev araçlarının bir birlerine oranla iyi bir şekilde fiyatlanıp fiyatlanmadığını değerlendirmeyi zorlaştırır.

Ancak, finansal teori faiz tavan anlaşmaları ve swap opsiyonlarının fiyatları arasında bir arbitraj ilişkisini imâ etmez.

Tavan anlaşmaları forward oranları üzerine yazılmış opsiyonlar olarak ifade edilebilir. Buna karşılık, swap opsiyonları; farklı forward oranlarından oluşan forward swap oranı sözleşmesi üzerinde yazılmış opsiyonlar olarak görülebilir.

Bu, faiz tavan anlaşmaları ve opsiyon fiyatları arasındaki ilişkinin asıl olarak forward oranlarının korelasyonu tarafından belirlendiğini gösterir.

Spot ve Forward Oranları

Yıllık kupon ödemeleriyle vadeye kadar getiri (YTM) şu şekilde tanımanır:

$$\begin{aligned}\text{Tahvil Fiyatı} &= \sum_{t=1}^{N} \frac{CPN_t}{(1+YTM)^t} + \frac{PAR}{(1+YTM)^N} \\ &= \text{Gelecekteki Ödemelerin Bugünkü Değeri}\end{aligned} \tag{5}$$

Getiri eğrisi düz değilse vadeye kadar getiri yaklaşımının bazı dezavantajları vardır:

- Bütün nakit akışları tek bir oranda iskonto edilir;
- Bütün nakit akışları vadeye kadar getiri oranında yeniden yatırılır;

Spot Oranlar: Aynı tarihte gerçekleşen bütün nakit akışlarının getirisi aynı olmalıdır (tahvili çıkaran kurumun aynı olması şartıyla):

$$\begin{aligned}\text{Tahvil Fiyatı} &= \sum_{t=1}^{N} \frac{CPN_t}{(1+S)^t} + \frac{PAR}{(1+S)^N} \\ &= \text{Gelecekteki Ödemelerin Bugünkü Değeri}\end{aligned} \tag{6}$$

Forward Oranlar:Gelecekteki kısa dönemli faiz oranlarıdır (Uygun bir tahvil için forward (alivre) sözleşmesi alarak paranızı bugünden yatırabileceğiniz gelecekteki kısa dönemli faiz oranı).

Sadece yıllık ödemeleri dikkate alırsak, S_T spot oranı, $_nf_m$, m ve $m+n$ arasındaki forward oranları ise, aşağıdaki ifadeyi elde ederiz:

$$(1+S_2)^2 = (1+S_1)\cdot(1+\ {}_1f_1) \Rightarrow\ {}_1f_1 = \frac{(1+S_2)^2}{(1+S_1)} - 1 \tag{7}$$

Argüman: Bugün 2 yıllık tahvili almakla elde edeceğimiz getiri; bugün 1 yıllık tahvil alıp vadesi sonunda ondan elde edilecek gelirle yeniden bir yıllık tahvil almanın getirisine eşit olmalıdır.

Forward oranları iki şekilde yorumlanabilir; başa baş noktası veya kilitleme oranı (lock-in rate).Forward oranları başabaş oranlarıdır çünkü eğer gerçekleşirlerse bütün tahviller aynı getiriye sahip olurlar. Sonuç olarak, eğer faizlerin forward oranların imâ ettiğinden daha az yükseleceğini bekliyorsanız, düşük faizler yüksek tahvil fiyatı anlamına geleceği için daha çok tahvil almalısınız.

Spot oranlarına bakarak forward oranlarını belirlemek:

Genel formül (yıllık oran):

- ${}_1f_0 = S_1$ ve spot oranları doğrusal bir biçimde artıyorsa, forward oranları eğimi spot oranlarının eğiminin iki katı olacak şekilde artar.
- Spot oranları önce artıyor sonra azalıyorsa, forward oranları spot oranları eğrisinin maksimum noktasından geçer.
- Spot oranları sabitse, forward oranları da aynı düzeyde sabittir.

Örneğin; $S_1 = 4\%$, $S_2 = 8.167\%$ ise ${}_1f_1 = 12.501\%$

Benzer şekilde: $(1.12377)^3 = (1.04) \cdot (1.12501) \cdot (1 +_1 f_1)$ veya $(1.08167)^2 \cdot (1 +_1 f_2)$

Her ikisi de ${}_1f_2 = 21.295\%$ olduğunu gösterir.

Forward oranlarına bakarak spot oranlarını belirlemek:

$$(1 + S_2)^3 = (1 + \ {}_1f_0)(1 + \ {}_1f_1)(1 + \ {}_1f_2) \tag{8}$$

$$S_t = ((1 + \ {}_1f_0) \cdot (1 + \ {}_1f_1) \cdots (1 + \ {}_1f_{t-1}))^{1/t} - 1 \tag{9}$$

Spot Oran Eğrisinin Oluşturulması

Temerrüt riski olmayan spot oran eğrisi oluşturmak için çeşitli hazine tahvilleri kullanılabilir:

- On the-run Tahviller: En yeni hazine tahvili. Farklı getirileri elde etmek için bootstrapping metodu kullanılır.
- On the run Tahviller ve bazı seçilmiş off-the run tahviller: on-the-run tahvillerdeki büyük vade açığından kaçınmaya yardımcı olur. Başabaş değerinde işlem görmeyen tahviller için vergi etkisinin olduğuna dikkat etmek gerekir. Başabaş kupon eğrisinden, getiri eğrisini elde edebilmek için; düzeltilen getiriler ve aradeğerleme (ınterpolasyon) yöntemini kulanılır. Farklı getiriler için bootstrap yöntemi kullanılır.
- Bütün kuponlu hazine tahvilleri ve bonolar: Bütün bunlar, yukarıdaki tahvillere ek olarak bazı bilgiler ilave ettikleri düşüncesiyle kullanılırlar. Burada bootstrapping yöntemini kullanmak mümkün değildir çünkü her vade için birkaç getiri oranı olabilir.
- Hazine tahvili kupon dilimleri: sıfır kuponlu menkul kıymetlerdir fakat spot eğrisi oluşturulurken kullanılmazlar çünkü bir likidite primi içerirler ve vergi boyutu yukarıda anlatılan diğer tahvil çeşitlerinden daha karışıktır.

Başabaş getiri eğrisini kullanarak spot oranlarını hesaplamak:

1. Bazı tahvillerin fiyatlarını ya doğrudan ya da vadeye kadar getirilerini kullanarak elde edin.

2. Spot oranı S_t' yi elde etmek için aşağıdaki ifadeyi kullanın.

$\sum_{t=1}^{N} \frac{CPN_t}{(1+S_t)} + \frac{PAR_N}{1+S_N}$

Daha sonra, önce S_1' i sonra S_1' i kullanarak S_2' yi çözün.

3. Kitapta 3. aşamada tahvil kuponlarını dilimlememiz ve bunları tek tek değerlememiz gerektiğinden bahsediliyor, fakat ben herşeyin ikinci aşamada anlatıldığı gibi yapılmasının daha kolay olacağını düşünüyorum.

Vadesi t olan bir tahvilin spot oranını, S_t, bulmak için kullandığımız formül:

$$S_t = \frac{\text{t zamanındaki ödeme}}{\text{fiyat - t zamanından önceki bütün ödemelerin bugünkü değeri}} \cdot \frac{1}{t} - 1 \qquad (10)$$

Örnek: Aşağıdaki tabloda yer alan bilgiler verilmiş:

Vade (yıl)	Vadeye Kadar Getiri	Kupon	Fiyat
1	4%	0%	96.154%
2	8%	8%	100.00%
3	12%	6%	85.589%

Aşağıdakileri hesaplayın:

- S_1 için spot faiz oranı,
- S_2 için spot faiz oranı,
- S_3 için spot faiz oranı,

Çözüm: Önce $S_1 = \%4$ olarak bulunur. Sonra S_2 için çözeriz:

$$100 = \frac{8}{1.04^1} + \frac{8}{(1+S_2)^2} \qquad (11)$$

$$\frac{108}{(1+S_2)^2} = 100 - \frac{8}{1.04^1} \qquad (12)$$

$$(1+S_2)^2 = \frac{108}{100 - 7.6923} \qquad (13)$$

$$S_2 = \sqrt{\frac{108}{92.3077}} - 1 = 8.167\% \qquad (14)$$

Benzer olarak S_3 için çözüm $85.589 = \frac{6}{1.04^1} + \frac{6}{1.08167^2} + \frac{6}{(1+S_3)^3} \Rightarrow S_3 = 12.3777\%$

Forward Oranları

Forward (alivre) sözleşmesinin ilk yapıldığı tarihteki değeri sıfırdır. Daha sonraki aşamalarda pozitif veya negatif değerler alabilir. Kullanım fiyatı K olan uzun pozisyonlu bir forward (alivre) sözleşmesinin bugünkü değerinin f olduğunu, ve forward (alivre) sözleşmesinin bugünkü fiyatının F_0 olduğunu varsayalım. Yatırım veya tüketime konu olan herhangi bir varlık için yapılan forward (alivre) sözleşmeleri için genel sonuç:

$$f = (F_0 - K)\, e^{-r \cdot T} \tag{15}$$

burada T her zaman olduğu gibi sözleşmenin vadesini, r risksiz oranı gösterir. 15. eşitliğin neden doğru olduğunu anlamak için, kullanım fiyatı K olan uzun pozisyonlu forward (alivre) sözleşmesiyle karşılaştırın. İkisi arasındaki tek fark, söz konusu varlık için T zamanında ödenecek olan fiyattır. Birinci sözleşmede bu miktar F_0' dır, ikinci sözleşmede ise K'dır. T zamanındaki nakit akışı farkı $F_0 - K$, bugün $(F_0 - K) \cdot e^{-rT}$ olur. Kullanım fiyatı F_0 olan sözleşme, kullanım değeri K olan sözleşmeden $(F_0 - K) \cdot e^{-rT}$ miktarı kadar daha az değerlidir. Tanım gereği, kullanım fiyatı F_0 olan sözleşmenin değeri sıfırdır. Kullanım değeri K olan sözleşmenin değeri $(F_0 - K) \cdot e^{-rT}$' dir. Benzer şekilde, kullanım fiyatı K olan kısa pozisyonlu forward (alivre) sözleşmesinin değeri:

$$(K - F_0) \cdot e^{-r \cdot T} \tag{16}$$

16, eşitlik, forward (alivre) sözleşmesinin vadesinde varlığın fiyatının forward fiyatına F_0 eşit olduğunu varsayarak uzun pozisyonlu bir forward (alivre) sözleşmesini değerleyebileceğimizi gösterir.Bunun sebebi, uzun pozisyonlu bir forward (alivre) sözleşmesinin T zamanındaki ödemesinin $F_0 - K$ kadar olmasıdır. Bu, sözleşmenin bugünkü değerine yani $(F_0 - K) \cdot e^{-rT}$'ye eşittir. Benzer şekilde, bir varlığın bugünkü forward fiyatının gerçekleştiğini varsayarak kısa pozisyonlu forward (alivre) sözleşmelerini de değerleyebiliriz.

Forward (alivre) sözleşmesine konu olan varlık gelir getirmeyecekse, forward (alivre) sözleşmesinin değerlemesini aşağıdaki gibi genelleyebiliriz:

$$F_0 = S_0 \cdot e^{r \cdot T} \tag{17}$$

Forward (alivre) sözleşmesine konu olan varlık, forward sözleşmesi süresince bugünkü değeri I olan bir gelir getirecekse:

$$F_0 = (S_0 - I) \cdot e^{r \cdot T} \tag{18}$$

q oranında sürekli bir temettü geliri sağlayan bir yatırım varlığı için forward fiyatı:

$$F_0 = S_0 \cdot e^{(r-q) \cdot T} \tag{19}$$

Gelir getirmeyen bir varlık için yapılan uzun pozisyonlu forward (alivre) sözleşmesinin değerini bulmak için, 15. ve 17. eşitlikleri kullanarız:

$$f = S_0 - K \cdot e^{-r \cdot T} \tag{20}$$

Aynı şekilde, forward (alivre) sözleşmesi süresince bugünkü değeri I olan bir gelir getirecek olan varlık için yapılan forward sözleşmesinin değerini bulmak için 15. ve 18. eşitlikleri kullanırız.

Son olarak, q oranında sürekli bir temettü geliri sağlayan bir yatırım varlığı için yapılan forward sözleşmesinin değerini bulmak için 15. ve 19. eşitlikleri kullanırız.

$$f = S_0 \cdot e^{q \cdot T} - K \cdot e^{-r \cdot T} \tag{21}$$

Örnek

Temettü ödemeyen bir hisse senedi için yapılan altı aylık uzun pozisyonlu forward (alivre) sözleşmesini ele alalım. Risksiz faiz oranı yıllık (sürekli bileşik faiz hesaplanarak) %10, hisse senedi fiyatı \$25, ve kullanım fiyatı \$24' tür. $S_0 = 25, r = 0.10, T = 0.5, veK = 24$' tür. Forward fiyatı F_0 aşağıdaki gibi bulunur:

$$F_0 = 25 \cdot e^{0.1 \cdot 0.5} = \$26.28 \tag{22}$$

Forward (alivre) sözleşmesinin değeri:

$$f = (26.28 - 24) \cdot e^{-0.1 \cdot 0.5} = \$2.17 \tag{23}$$

Alternatif olarak, 20. eşitliği kullanarak:

$$f = 25 - 24 \cdot e^{-0.1 \cdot 0.5} = \$2.17 \tag{24}$$

Yabancı Paralar

Bu tür sözleşmelerdeki söz konusu varlık belli bir miktar yabancı para birimidir. S_0'ı bir birim yabancı paranın dolar cinsinden değeri olarak ifade edilen bugünkü spot fiyatı, F_0'ı ise bir birim yabancı paranın dolar cinsinden değeri olan forward fiyatı olarak tanımlayacağız. Bu tanımlama, daha önce forward (alivre) sözleşmelerine konu olan diğer varlıklar için yaptığımız tanımlama ile tutarlıdır. Ancak, spot ve forward döviz kurları her zaman bu şekilde gösterilmez. Örneğin; İngiltere pound'u dışındaki bütün önemli para birimleri için spot veya forward döviz kuru, bir dolara eşit olan yabancı para birimi sayısı olarak gösterilir. British pound'u için ise, yabancı para birimi başına düşen dolar miktarı olarak gösterilir.

Yabancı paranın özelliği, yabancı para bulunduran kişinin yabancı ülkedeki risksiz faiz oranı üzerinden faiz kazancı sağlayabilmesidir. Örneğin; yabancı para sahibi, dövize endeksli bir tahvile yatırım yapabilir. r_f' yi, vadesi T olan sürekli bileşik hesaplanan yabancı risksiz faizi olarak tanımlarız. Daha önce olduğu gibi, r, yerel paranın risksiz faiz oranını gösterir:

F_0 ve S_0 arasındaki ilişki:

$$F_0 = S_0 \cdot e^{(r-r_f)\cdot T} \tag{25}$$

Bu, uluslararası iktisat dersinden bildiğimiz faiz oranı paritesidir. Bu ilişkiyi anlamak için, öncelikle $F_0 > S_0 \cdot e^{(r-r_f)\cdot T}$ olduğunu varsayalım. Bir yatırımcı:

- Yerel para biriminde r oranında T vadeli, $S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T}$ miktarında borçlanabilir.
- Bu nakit parayla spot piyasasında yabancı para alabilir $e^{-r_f \cdot T}$, ve yabancı paranın risksiz faiz oranında yatırabilir.
- Yabancı para için forward (alivre) sözleşmesinde kısa pozisyon alabilir.

  Yabancı para miktarı faiz kazancından dolayı T zamanına kadar artar. Forward (alivre) sözleşmesinin şartlarına göre, bu tutar karşılığında T zamanında F_0 alınır. Borcu geri ödemek için, $S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T}$ miktarı gereklidir. Böylece, T zamanında net kar $F_0 - S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T}$ olur.

  Eğer $F_0 < S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T}$ ise, bir yatırımcı:

- Yabancı para biriminde r oranında T vadeli, $e^{-r_f \cdot T}$ miktarında borçlanabilir.
- Bu nakit parayla $S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T}$ miktarında yerel para satın alabilir ve yerel paranın risksiz faiz oranında yatırabilir.
- Yabancı para için forward (alivre) sözleşmesinde uzun pozisyon alabilir.

Bu durumda, yerel para miktarı faiz kazancından dolayı T zamanına kadar artar ve $S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T}$ olur. T zamanında yatırımcı F_0 öder ve yabancı paranın bir birimini alır. İkincisi, borcu geri ödemek için kullanılır. T zamanında net kar, $S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T} - F_0$ olur.

Buradaki eşitliğin 19. eşitliğe benzediğine, burada q yerine r_f yazıldığına dikkat edin. Bu bir tesadüf değildir. Yabancı para, temettü ödeyen bir varlık olarak düşünülebilir. Temettü getirisi, yabancı para birimindeki risksiz faiz oranıdır. Bunun neden böyle olduğunu anlamak için, yabancı para için kazanılan faizin yabancı para cinsinden ifade edildiğine dikkat etmeniz gerekir. Sonuç olarak, onun yerel para cinsinden değeri yabancı para cinsinden değeriyle orantılıdır.

Forward döviz kuru sözleşmesinin değeri aşağıdaki eşitlikle hesaplanır:

$$f = S_0 \cdot e^{-r_f \cdot T} \tag{26}$$

Örnek: Altı aylık faiz oranının Amerika ve Japonya'da sırasıyla yıllık %5 ve %1 olduğunu varsayalım. Spot piyasasında yen/dolar kuru 100 olarak kote ediliyor. Bu, dolar başına 100 yen alındığını veya yen başına 0.01 dolar alındığını gösterir. Yen için yapılan altı aylık forward (alivre) sözleşmesi için $S_0 = 0.01, r = 0.05, r_f = 0.01, T = 0.5$. 26. eşitliği kullanarak forward döviz kurunu aşağıdaki gibi buluruz:

$$0.01e^{(0.05-0.01)\cdot 0.5} = 0.01020 \tag{27}$$

Bu, 1/0.010202 ya da 98.02 olarak kote edilir.

Odak Noktası:

BKM Bölüm 16.

- s. 485-498 (süre, konvekslik, eşitlik 16.2, 16.3, 16.4)
- s. 500-508 (bağışıklık)
- s. 509-512
- 514-515 (swaplar)

Potansiyel Soru Çeşitleri: Kavram bilgisi soruları, s.519 ff. sorusu 1, 3, 4, 10, 26.

BKM Bölüm 22

- s. 744-749
- s. 758-759

Potansiyel Soru Çeşitleri: Kavram bilgisi soruları, s.762 ff. sorusu 4, 13.

BKM Bölüm 23

- s. 767-772 (eşitlik 23.1)
- s. 786
- 790-794

Potansiyel Soru Çeşitleri: Kavram bilgisi soruları, s.797 ff. sorusu 1, 4,7,11, 13, 25.

Bir Sonraki Ders İçin Hazırlık

Lütfen Okuyun:

- BKM Bölüm 14
- Duffie ve Garleanu (2001)