

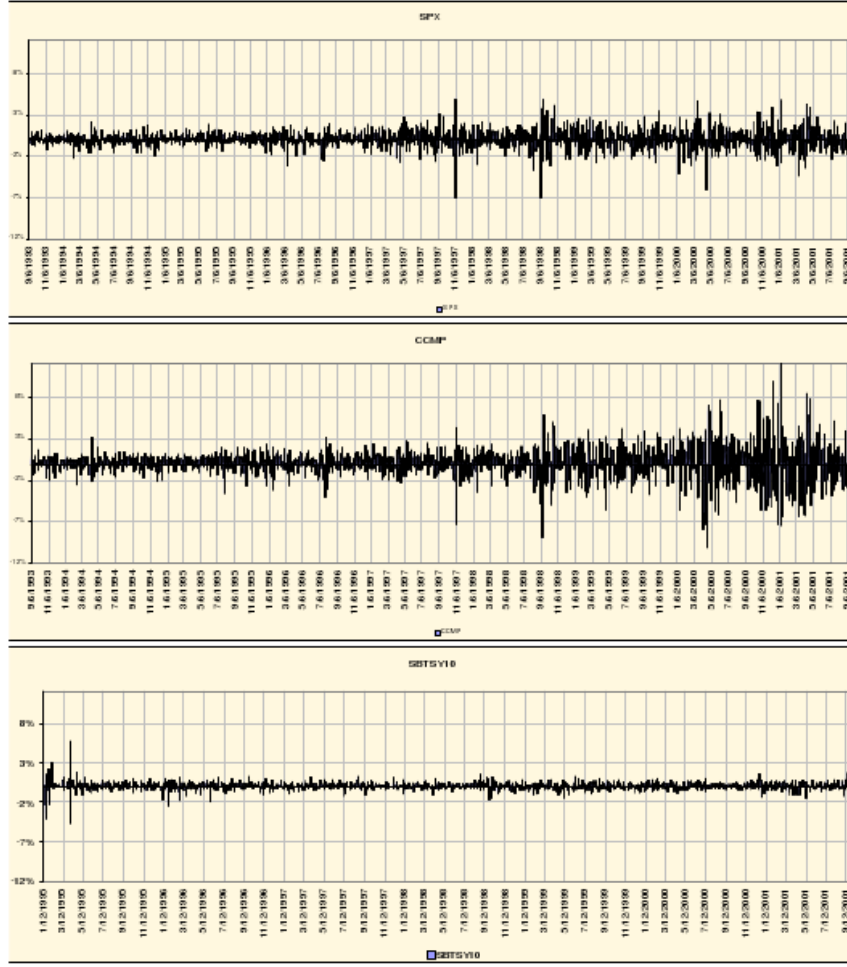
15.433 YATIRIM

Ders 13: Sabit Getiri Piyasası

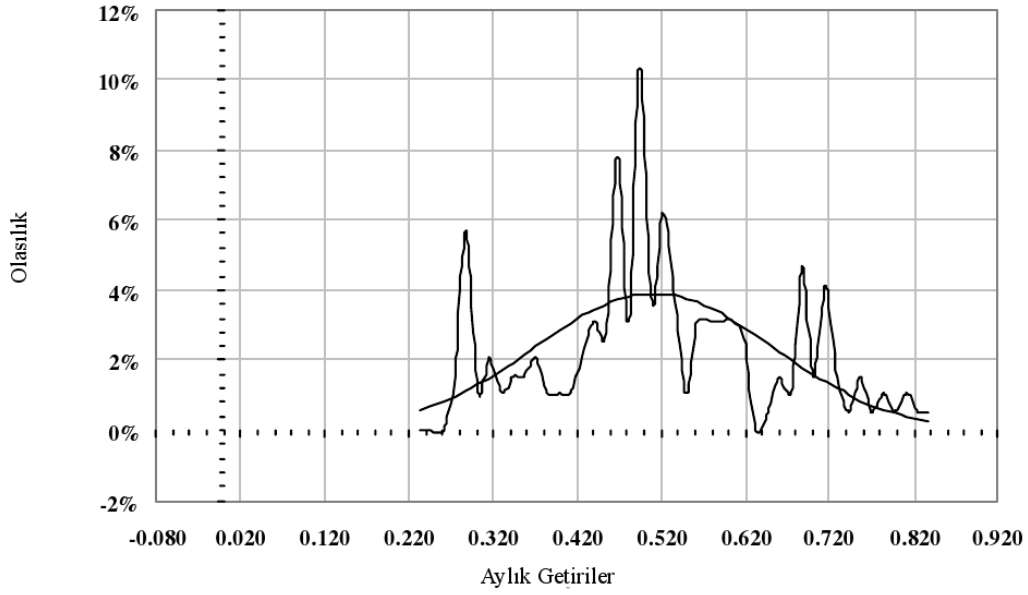
Bölüm 1: Giriş

Bahar 2003

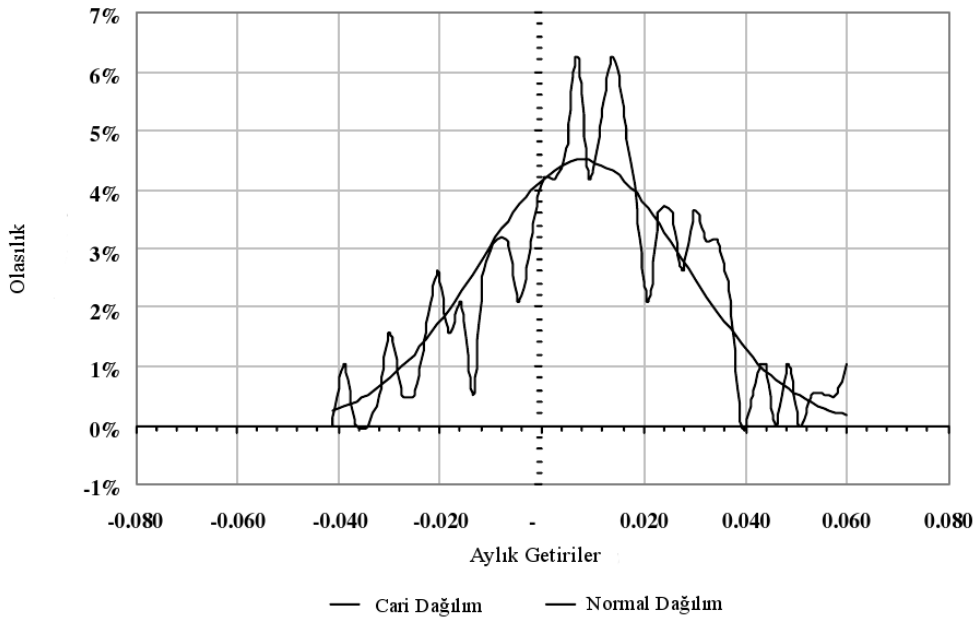
Hisse Senetleri ve Tahviller



Şekil 1: Temmuz 1985, Ekim 2001 tarihleri arasında S&P 500 endeksi, Nasdaq endeksi ve 10 yıllık hazine tahvillerinin getirileri. Kaynak: Bloomberg Profesyonel.



Şekil 4: 1985-2001 arasında 1 aylık LIBOR oranlarının getiri dağılımı. Kaynak: Bloomberg Profesyonel.



Şekil 5: 1985-2001 arasında 10 aylık hazine tahvillerinin getiri dağılımı. Kaynak: Bloomberg Profesyonel.

Kuponsuz Tahvil Oranları

n yıllık kuponsuz tahvil oranı $r_{t,t+n}$: t döneminde başlayan, n yıllık bir mevduatın t döneminde belirlenen faiz oranıdır.

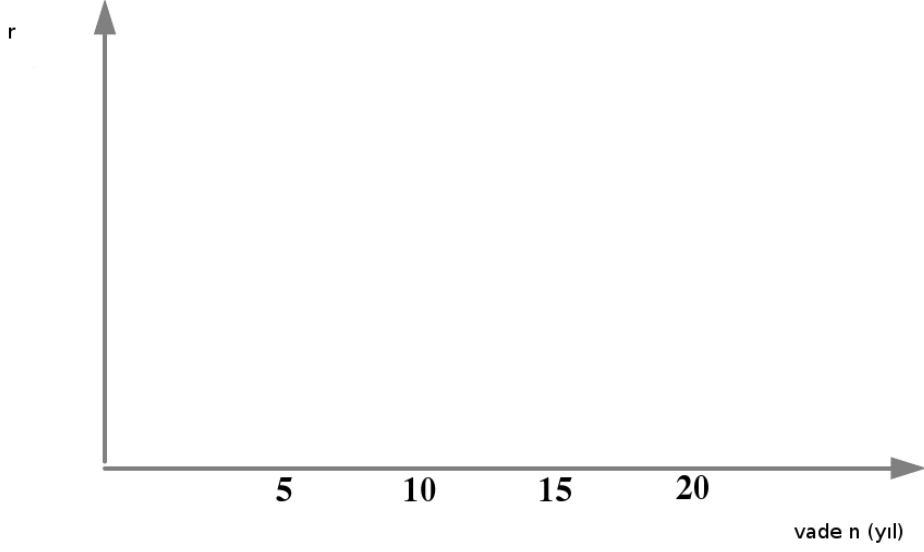
Tüm faiz ve anapara ödemesi n yılın sonunda ödenir. Ara ödemeler yoktur.

Kuponsuz 5-yıllık hazine tahvilinin getirisi yıllık %5 ise bir doların beş yıllık yatırımını ele alalım:

Bileşik Hesaplama	1\$ Ne kadar Olur?
Yıllık	$(1+0.05)^5 = 1.276$
Yılda İki Kere	$(1+0.05/2)^{10} = 1.280$
Sürekli	$e^{0.05 \cdot 5} = 1.284$

Kuponsuz Tahvil Getiri Eğrisi

Sabit bir dönem, t , için, kuponsuz tahvil getiri eğrisi, kuponsuz tahvil oranı r_{t+n} 'nin çeşitli vadelerde gösterilmesiyle elde edilir.



Şekil 6: Kuponsuz tahvil getiri eğrisi.

Hazine Tahvilleri

Maturity	to Mat.	Bid	Asked	Chg	Yield
Apr 04 02	3	1.66	1.65	-0.06	1.67
Apr 11 02	10	1.7	1.69	-0.01	1.71
Apr 18 02	17	1.72	1.71	-0.02	1.74
Apr 25 02	24	1.73	1.72	-0.01	1.75
May 02 02	31	1.68	1.67	-0.03	1.7
May 09 02	38	1.69	1.68	-0.03	1.71
May 16 02	45	1.72	1.71	-0.01	1.74
May 23 02	52	1.71	1.7	-0.03	1.73
May 30 02	59	1.71	1.7	-0.03	1.73
Jun 06 02	66	1.72	1.71	-0.04	1.74
Jun 13 02	73	1.74	1.73	-0.03	1.76
Jun 20 02	80	1.74	1.73	-0.03	1.76
Jun 27 02	87	1.75	1.74	-0.03	1.77
Jul 05 02	95	1.76	1.75	-0.03	1.78
Jul 11 02	101	1.76	1.75	-0.04	1.78
Jul 18 02	108	1.78	1.77	-0.04	1.8
Jul 25 02	115	1.8	1.79	-0.03	1.83
Aug 01 02	122	1.85	1.84	1.88
Aug 08 02	129	1.88	1.87	1.91
Aug 15 02	136	1.91	1.9	1.94
Aug 22 02	143	1.91	1.9	1.94
Aug 29 02	150	1.92	1.91	+0.01	1.95
Sep 05 02	157	1.96	1.95	1.99
Sep 12 02	164	1.99	1.98	2.03
Sep 19 02	171	2.02	2.01	2.06
Sep 26 02	181	2.06	2.04	2.09

Hazine tahvilleri banka iskonto yüzdeleriyle r_{BD} ifade edilir. Değeri \$10.000 olan hazine tahvilinin fiyatı P , vadesi n 'dir. Tahvilin yüzde getirisi:

$$r_{BD} = \frac{10'000 - P}{10'000} \cdot \frac{360}{n} \quad (1)$$

Tersten hesaplanırsa, hazine tahvilinin piyasa değeri bulunur:

$$P = 10'000 \cdot \left(1 - r_{BD} \cdot \frac{n}{360}\right) \quad (2)$$

Hazine Tahvil ve Bonoları

Vadelerine göre farklılık gösterirler: Hazine bonolarının vadesi 10 yıla kadardır, hazine tahvillerinin vadesi 10 yıl ve 30 yıl arasında değir.

Kupon ödemelerinin oranı %c: altı ayda bir (Kasım ve Mayıs).

Tahvilin itibari değeri: \$1000 ve üstü.

Eğer bono veya tahvil iki kupon ödemesi arasındaki dönemde alınmışsa, alıcı tahvilin fiyatına ek olarak faizini de ödemelidir.

Bazı hazine tahvilleri geri çağırılabilir, genelde tahvilin vadeye kadarki son beş yıllık döneminde geri çağırılır.

Amerika Hazine Tahvil ve Bonoları

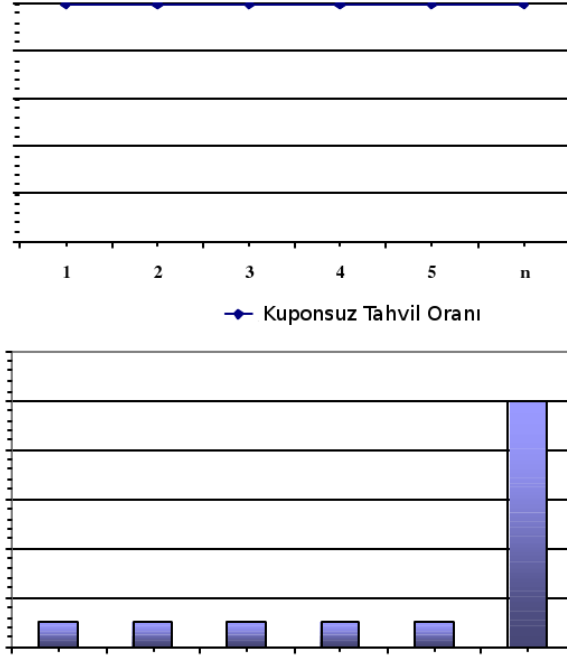
6 5/8	Apr 02n	100:12	100:13	-1	1.51
7 1/2	May 02n	100:22	100:23	-2	1.53
6 1/2	May 02n	100:24	100:25	-2	1.71
6 5/8	May 02n	100:25	100:26	-2	1.55
6 1/4	Jun 02n	101:03	101:04	-2	1.62
6 3/8	Jun 02n	101:04	101:05	-2	1.68
3 5/8	Jul 02i	101:20	101:21	...	0.03
6	Jul 02n	101:11	101:12	-2	1.80
6 1/4	Jul 02n	101:13	101:14	-2	1.86
6 3/8	Aug 02n	101:20	101:21	-2	1.92
6 1/8	Aug 02n	101:20	101:21	-2	2.03
6 1/4	Aug 02n	101:22	101:23	-2	2.04
5 7/8	Sep 02n	101:26	101:27	-2	2.10
6	Sep 02n	101:28	101:29	-2	2.13
5 3/4	Oct 02n	102:00	102:00	-2	2.23
11 3/8	Nov 02	103:23	103:24	-3	2.22
5 5/8	Nov 02n	102:04	102:05	-1	2.33
5 3/4	Nov 02n	102:06	102:07	-2	2.34
5 1/8	Dec 02n	101:30	101:31	-2	2.45
5 5/8	Dec 02n	102:10	102:11	-2	2.44
4 3/4	Jan 03n	101:25	101:26	-2	2.54
5 1/2	Jan 03n	102:12	102:13	-2	2.54
6 1/4	Feb 03n	103:03	103:04	-2	2.61
10 3/4	Feb 03	107:00	107:00	-4	2.59
4 5/8	Feb 03n	101:24	101:25	-2	2.62
5 1/2	Feb 03n	102:18	102:19	-2	2.60
4 1/4	Mar 03n	101:16	101:17	-2	2.67
5 1/2	Mar 03n	102:24	102:25	-2	2.66
4	Apr 03n	101:09	101:10	-1	2.76
5 3/4	Apr 03n	103:04	103:05	-2	2.76
10 3/4	May 03	108:19	108:20	-5	2.87
4 1/4	May 03n	101:16	101:17	-2	2.89
5 1/2	May 03n	102:30	102:31	-2	2.89
3 7/8	Jun 03n	101:02	101:03	-2	2.97
5 3/8	Jun 03n	102:28	102:29	-3	2.98
3 7/8	Jul 03n	101:00	101:01	-2	3.07
5 1/4	Aug 03n	102:26	102:27	-3	3.11
5 3/4	Aug 03n	103:15	103:16	-2	3.13
11 1/8	Aug 03	110:19	110:20	-6	3.15
3 5/8	Aug 03n	100:18	100:19	-2	3.18
2 3/4	Sep 03n	99:08	99:09	-2	3.23
2 3/4	Oct 03n	99:03	99:04	-3	3.31

13 1/4	May 14	146:02	146:03	-17	5.37
12 1/2	Aug 14	142:20	142:21	-18	5.41
11 3/4	Nov 14	138:25	138:26	-21	5.46
11 1/4	Feb 15	149:00	149:00	-29	5.80
10 5/8	Aug 15	143:27	143:28	-34	5.85
9 7/8	Nov 15	137:06	137:07	-32	5.87
9 1/4	Feb 16	131:14	131:15	-28	5.90
7 1/4	May 16	112:12	112:13	-26	5.94
7 1/2	Nov 16	114:27	114:28	-27	5.96
8 3/4	May 17	127:18	127:19	-28	5.96
8 7/8	Aug 17	129:00	129:01	-28	5.96
9 1/8	May 18	132:07	132:08	-30	5.98
9	Nov 18	131:10	131:11	-30	5.99
8 7/8	Feb 19	130:06	130:07	-30	6.00
8 1/8	Aug 19	122:15	122:16	-29	6.02
8 1/2	Feb 20	126:28	126:29	-30	6.02
8 3/4	May 20	129:29	129:29	-30	6.02
8 3/4	Aug 20	130:03	130:04	-30	6.02
7 7/8	Feb 21	120:17	120:18	-29	6.03
8 1/8	May 21	123:17	123:18	-29	6.03
8 1/8	Aug 21	123:20	123:21	-30	6.04
8	Nov 21	122:14	122:15	-31	6.03
7 1/4	Aug 22	114:01	114:02	-29	6.04
7 5/8	Nov 22	118:16	118:17	-29	6.04
7 1/8	Feb 23	112:21	112:22	-29	6.05
6 1/4	Aug 23	102:14	102:15	-28	6.04
7 1/2	Nov 24	117:27	117:28	-29	6.04
7 5/8	Feb 25	119:14	119:15	-30	6.04
6 7/8	Aug 25	110:09	110:10	-28	6.04
6	Feb 26	99:15	99:16	-26	6.04
6 3/4	Aug 26	108:29	108:30	-29	6.04
6 1/2	Nov 26	105:25	105:26	-28	6.04
6 5/8	Feb 27	107:13	107:14	-29	6.04
6 3/8	Aug 27	104:11	104:12	-27	6.03
6 1/8	Nov 27	101:07	101:08	-28	6.03
3 5/8	Apr 28i	101:27	101:28	-9	3.51
5 1/2	Aug 28	93:06	93:07	-25	6.01
5 1/4	Nov 28	90:00	90:00	-24	6.01
5 1/4	Feb 29	90:00	90:00	-26	6.00
3 7/8	Apr 29i	106:09	106:10	-9	3.51
6 1/8	Aug 29	101:27	101:28	-25	5.98
6 1/4	May 30	103:29	103:30	-26	5.96
5 3/8	Feb 31	93:28	93:29	-24	5.81
3 3/8	Apr 32i	99:09	99:10	-8	3.41

Sabit Faiz Oranıyla Tahvil Fiyatlaması

Varsayalım ki faiz oranı sabit, r , ve altı ayda bir bileşik faiz hesaplanıyor.

Gelecek dönemdeki bütün nakit akışlarının aynı faiz oranı, r , kullanılarak iskonto edilmesi gerekiyor. Neden?



Şekil 11: Sabit faiz oranıyla tahvil fiyatlama.

İtibari değerin yüzdesi olarak tahvilin fiyatı:

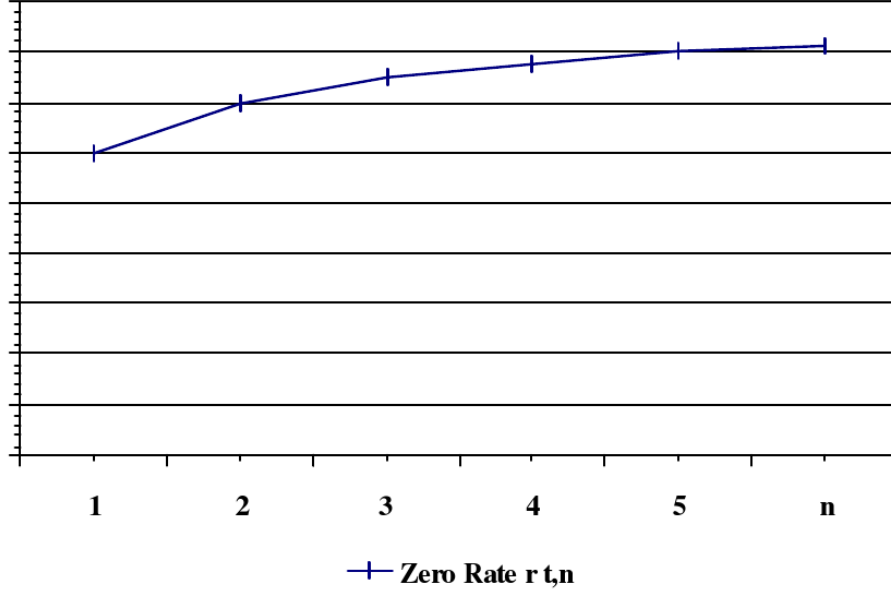
$$P = \sum_{i=1}^{10} \frac{\frac{c}{2}}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^i} + \frac{100}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^t} \quad (3)$$

Zamana Bağlı Olarak Değişen Faiz Oranları

Pratikte, faiz oranları zaman boyunca sabit kalmaz.

Eğer böyleyse, kısa ve uzun dönem nakit akımları farklı oranlarda iskonto edilebilir.

Yani, n dönemi boyunca $r_{t,t+n}$.



Şekil 12: Zamana bağlı olarak değişen faiz oranlarıyla tahvil fiyatlaması.

Tahvilin t döneminde, itibari değer yüzdesi olarak fiyatı:

$$P = \sum_{i=1}^{10} \frac{\frac{c}{2}}{\left(1 + \frac{r_{0,n_i}}{2}\right)^t} + \frac{100}{\left(1 + \frac{r_{0,n_i}}{2}\right)^{10}} \quad (4)$$

burada $n_1 = 0.5, n_2 = 1, \dots, n_{10} = 5$

Vadeye Kadar Getiri

Vadeye kadar getiri (YTM), bir tahvilin bugünkü değerini onun fiyatına eşitleyen faiz oranıdır:

$$P = \sum_{i=1}^{10} \frac{\frac{c}{2}}{\left(1 + \frac{YTM}{2}\right)^i} + \frac{100}{\left(1 + \frac{YTM}{2}\right)^{10}} \quad (5)$$

burada tahvilin vadesi T ve altı aylık kupon ödemesi $\%c$:

Faiz oranı sabitse, r , YTM r 'ye eşittir.

Pratikte, faiz oranı sabit değildir; t zamanlı, n yıllık kuponsuz oran $r_{t,t+n}$, t ve n boyunca değişir;

Sezgisel olarak, T zamanlı bir tahvilin vadeye kadar getirisi, bütün sıfır-kupon oranlarının $r_{t,t+n}$, $n = 0$ ve $n = T$ arasındaki ağırlıklı ortalamalarıdır;

Aynı tahvil için vadeye kadar getiri ve yatırım dönemindeki getiri arasındaki fark nedir?

Tahvilin Süresi (Duration)

$$\text{Tahvilin Süresi} = \sum_{t=1}^T \frac{PV(CF_t)}{P} \cdot t \quad (6)$$

$$= \frac{1}{P} \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot (CF_t)}{(1+r)^t} \quad (7)$$

$$= \frac{1}{P} \left[\frac{1 \cdot CF_1}{(1+r)^1} + \frac{2 \cdot CF_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{T \cdot CF_T}{(1+r)^T} \right] \quad (8)$$

$$\text{Tahvilin Süresi} = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{t \cdot (CF_t)}{(1+r)^t}}{P} = \frac{\sum_{t=1}^T \frac{t \cdot CF_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^T \frac{CF_t}{(1+r)^t}} \quad (9)$$

$$\text{Düzeltilmiş Süre} = \frac{\text{Macaulay}}{1 + \frac{r}{m}} \quad (10)$$

$$\text{Etkin (effective) Süre} = -\frac{1}{B} \cdot \frac{dB}{dy} \quad (11)$$

$$\text{Süre} = D \cdot B \quad (12)$$

burada B tahvil değerini gösterir.

Dipnot¹

¹Başka bir bilgi verilmediği sürece, tahvilin süresini düzeltilmiş süre (modified duration) olarak tanımlayacağız.

Örnek: İtfa (redemption) fiyatı 100 olan bir yükümlülüğün, cari piyasa fiyatı 95.27, kupon oranı %6 (yıllık kupon ödemeli), getirisi %7 ve vadesi 5 yıldır. Bu tahvilin Macaulay-Duration'ını hesaplayın.

<i>t</i>	<i>nakit akışı</i>	<i>bugünkü değer faktörü</i>	<i>bugünkü değer</i>	<i>ağırlık</i>	<i>bugünkü değer zaman (t ile ağırlıklandırılmış)</i>
#1	#2	#3	#4#=#2·#3	#5=#4/price	#6=#1*#5
1	6.00	0.9346	5.6075	0.05886	0.05886
2	6.00	0.8734	5.2401	0.05501	0.11002
3	6.00	0.8163	4.8978	0.05141	0.15423
4	6.00	0.7629	4.5774	0.04805	0.19219
5	106.00	0.71299	75.5765	0.79329	3.96644
<i>Stire</i>					4.48

Tahvil Süresi ve Finansal Riskten Korunma

Getirideki değişiklikten (dy) kaynaklanan fiyat değişikliğinin (dP) olduğunu hatırlayın.

$$dP = -D \cdot P \cdot dy \quad (13)$$

[D'nin neden negatif olduęunu iki kez düşünmeniz gerekiyorsa, sabit getiri portföy yöneticilięini bir kariyer olarak seçmeyin!]

$$\Delta S = -D_S \cdot S \cdot \Delta y \quad (14)$$

$$\Delta F = -D_F \cdot F \cdot \Delta y \quad (15)$$

burada D_s spot pozisyonun süresi, ve D_f vadeli işlem pozisyonunun süresidir.

$$\sigma_S^2 = (D_S \cdot S)^2 \cdot \sigma_{\Delta y}^2 \quad (16)$$

$$\sigma_F^2 = (D_F \cdot F)^2 \cdot \sigma_{\Delta y}^2 \quad (17)$$

$$\sigma_{SF} = (D_F \cdot F) \cdot (D_S \cdot S) \cdot \sigma_{\Delta y}^2 \quad (18)$$

Vadeli işlem sözleşmesi sayısı:

$$N = -\frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2} = -\frac{D_S \cdot S}{D_F \cdot F} \quad (19)$$

Eğer hedeflediğimiz bir D_T varsa, onu aşağıdaki ifadeyi kullanarak elde edebiliriz:

$$N = -\frac{\sigma_{SF}}{\sigma_F^2} = -\frac{D_S \cdot S}{D_F \cdot F} \quad (20)$$

Örnek 1: Bir portföy yöneticisi, düzeltilmiş süresi (modified duration) 6.8 yıl olan, 3 ay için finansal riskten korunacak (hedge) \$10 milyon değerinde bir tahvil portföyüne sahip. Cari vadeli işlem fiyatı 93-02 ve itibari değeri \$100.000. Sürenin 9.2 olan CTD ile ölçülebildiğini varsayalım:

Aşağıdakileri hesaplayın:

1. Vadeli işlem sözleşmesinin fiyatı:

2. Optimum korunma için alınması veya satılması gerekli olan sözleşme sayısı.

Çözüm: 1. Vadeli işlem sözleşmesinin fiyatı:

$$(93 + 2/32)/100 \cdot \$100'000 = \$93'062.5 \quad (21)$$

2. Optimum korunma için alınması veya satılması gerekli olan sözleşme sayısı.

$$N^* = -\frac{D_S \cdot S}{D_F \cdot F} = -\frac{6.8 \cdot \$10'000'000}{9.2 \cdot \$93'062.5} \quad (22)$$

Vadeli işlemin DVBP'sinin $9.2 \cdot \$93.062 \cdot 0.01\% = \85 olduğuna dikkat edin.

Örnek 2: Kurumsal bir portföy yöneticisi, 2 Şubat tarihinde, 17 Temmuz'da çıkarılacak olan 180 gün vadeli, tahmini getirisi \$4.52 milyon olan \$5milyon değerindeki bir CP'yi finansal riskten korumak istiyor. Eylül ayında eurodollar vadeli işlem sözleşmelerinin fiyatı 92 ve miktarı \$1 milyon.

Aşağıdakileri hesaplayın:

1. Vadeli işlem sözleşmesinin cari dolar fiyatı;

2. Optimum korunma için alınması veya satılması gerekli olan sözleşme sayısı.

Çözüm:

1. Vadeli işlem sözleşmesinin cari dolar fiyatı:

$$\$10'000 \cdot (100 - 0.25 \cdot (100 - 92)) = \$980'000 \quad (23)$$

Bu sözleşme 3 aylık LIBOR oranını kullandığı için vadeli işlemin duration'ının 3 ay olduğuna dikkat edin.

2. Eğer oranlar artarsa, borçlanma maliyeti artar. Bunu, vadeli işlemdeki bir kazançla veya kısa pozisyon alarak dengelememiz gerekir. Optimum sözleşme sayısı:

$$N^* = -\frac{D_S \cdot S}{D_F \cdot F} = -\frac{180 \cdot \$4'520'000'000}{90 \cdot \$980'000} = -9.2 \quad (24)$$

Vadeli işlemin DVBP'sinin $0.25 \cdot \$1.000.000 \cdot 0.01\% = \25 olduğuna dikkat edin.

Konvekslik

Tahvil süresi, faizlerin vade yapısındaki büyük dalgalanmalar için kullanılmamalıdır. Tahvil süresinin katsayısının tahmininin kesinliği konveksliğe dayanır. Tahvil süresi, konveksin lineer bir fonksiyonla yaklaşık olarak tahmin edilmesidir. Getiri eğrisi ne kadar çok eğimliyse, gerçek değer tahmini geçerden o kadar çok uzaklaşır.

Fiyat değişikliklerini tahmin etmek için Taylor genişletmesinin ilk iki momentini kullanarak daha iyi bir tahmin elde ederiz:

$$dP = \frac{dP}{dr} \cdot dr + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2P}{dr^2} dr^2 + \varepsilon \quad (25)$$

ε Taylor genişletmesinin hata terimi ve $\frac{d^2P}{dr^2}$ tahvil fiyatının getiriye göre ikinci türevidir. Her iki terimi de fiyata bölersek:

$$\frac{dP}{P} = \frac{dP}{dr} \cdot \frac{1}{P} \cdot dr + \frac{1}{2} \frac{d^2P}{dr^2} + \varepsilon \quad (26)$$

Fiyat eşitliğinde ikinci türevi yerine koyarak ve Taylor genişletmesinin notasyonunu kullanarak şunu elde ederiz:

$$\begin{aligned} dP &= \frac{1}{2} \cdot \left[\frac{dP}{dr} \left(-\frac{1}{1+r} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot CF_t}{(1+r)^t} \right) \right] \frac{1}{P} \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{(1+r)^2} \left[\frac{1 \cdot 2 \cdot CF_1}{(1+r)} + \frac{2 \cdot 3 \cdot CF_2}{(1+r)^2} + \dots + \frac{T \cdot (T+1) \cdot CF_T}{(1+r)^T} \right] \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{P} \cdot \frac{1}{(1+r)^2} \cdot \sum_{t=1}^T \frac{t \cdot (t+1) \cdot CF_t}{(1+r)^t} \end{aligned} \quad (27)$$

Fiyat konveksliğinin notasyonu Taylor genişletmesinden gelir. Birinci kısım tahvil süresine bağlı olan yaklaşımdır. İkinci kısım, fiyat/getiri ilişkisinin konveksliğine dayanan yaklaşımdır. Yüzde yaklaştırması, duration ve bireysel bileşenlerin toplanmasıyla elde edilen konvekslikten elde edilir. Konvekslik şu şekilde tanımlanır:

$$konvekslik = \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2P}{dr^2} \cdot \frac{1}{P} \quad (28)$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{dP}{dr} \cdot \frac{1}{P} \cdot dr + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2P}{dr^2} \cdot \frac{1}{P} (dr)^2 + \varepsilon \quad (29)$$

$$\frac{\Delta P}{P} = -D \cdot \frac{\Delta r}{1+r} + \textit{konvekslik} \cdot (\Delta r)^2 \quad (30)$$

Piyasa getirisindeki küçük değişiklikler, duration ve konveskliğe dayanarak yüzde değişim yerine fiyat değişimi olarak ifade edilebilir:

$$\Delta P = - \textit{süre} \cdot \frac{\Delta r}{1+r} + \textit{konvekslik} \cdot (\Delta r)^2 \quad (31)$$

Sıfır Eğriler Oluşturmak

Kupon ödemeli hazine bono ve tahvilleri kuponsuz menkul kıymetler olarak düşünülebilir.

Herhangi bir zaman t için, sıfır-eğri oluşturmak için bunun gibi t zamanında işlem gören bütün kupon ödemeli menkul kıymetleri kullanarak bütün vadeler n için sıfır-kupon oranları $r_{t,t+n}$ hesaplanır.

Daha gelişmiş bir yaklaşım, tahvillerin likit olmama, yanlış fiyatlanması, vergisel konular vb. faktörleri de dikkate alır.

Son yıllarda, kupon ödemeli menkul kıymetler sıfır kupon ödemeli menkul kıymetlere bölünmektedir.

Örneğin; 5 yıllık hazine tahvili, 10 tane kuponsuz tahvile bölünebilir ve ayrı ayrı satılabilir, veya kupon ödemesinin “strip” i olarak ve 5 yıllık sıfır-kupon ödemeli tahvil olarak satılabilir.

Odak Noktası:

BKM Bölüm 14.

- s. 434 (vergi sonrası gelir) dışındaki bütün sayfalar.

Potansiyel Soru Çeşitleri: Kavram bilgisi soruları 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, s.443 ff. soruları 1, 5, 14, 15.

Bir Sonraki Ders İçin Hazırlık

Lütfen Okuyun:

- BKM Bölüm 15
- Kao (1993).