

Problem Ödevi 8

Ben Polak, Econ 159a/MGT 522a

Üç Soru teslim tarihi Kasım 14, 2007

1. Pazarlık. Kasım 1 olmuştur ve Angus ve Bronwen cadılar bayramında toplamış oldukları kalan şekerlemeleri nasıl paylaşacaklarını tartışmaktadırlar. Şu kurallara karar verirler. 1 Kasımda Angus Bronwen'e bir teklif yapacaktır $[s_A(1), s_B(1)]$ ve burada $s_A(1) + s_B(1) = 1$ 'dir. Eğer Bronwen kabul ederse o zaman Angus $s_A(1)$ payını ve Bronwen $s_B(1)$ payını alır. Ancak, eğer Bronwen reddederse, o zaman 1 Kasımda kimse şeker alamaz. Bu durumda, 2 Kasımda Bronwen Angus'a bir teklif yapar $[s_A(2), s_B(2)]$ ve burada $s_A(2) + s_B(2) = 1$ 'dir. Eğer Angus kabul ederse o zaman Angus $s_A(2)$ payını ve Bronwen $s_B(2)$ payını alır. Ancak, eğer Angus reddederse o zaman kimse 2 Kasımda şeker alamaz. Bu durumda 3 Kasımda Angus Bronwen'e bir teklif yapar $[s_A(3), s_B(3)]$ ve burada $s_A(3) + s_B(3) = 1$ 'dir. Eğer Bronwen kabul ederse o zaman Angus $s_A(3)$ payını ve Bronwen $s_B(3)$ payını alır. Ancak, eğer Bronwen reddederse, o zaman 3 Kasımda kimse şeker alamaz. Bu durumda, 4 Kasımda Bronwen Angus'a bir teklif yapar $[s_A(4), s_B(4)]$ ve burada $s_A(4) + s_B(4) = 1$ 'dir. Eğer Angus kabul ederse o zaman Angus $s_A(4)$ payını ve Bronwen $s_B(4)$ payını alır. Ancak, eğer Angus reddederse o zaman tüm şekerlemeler anne babalar tarafından çöpe atılır.

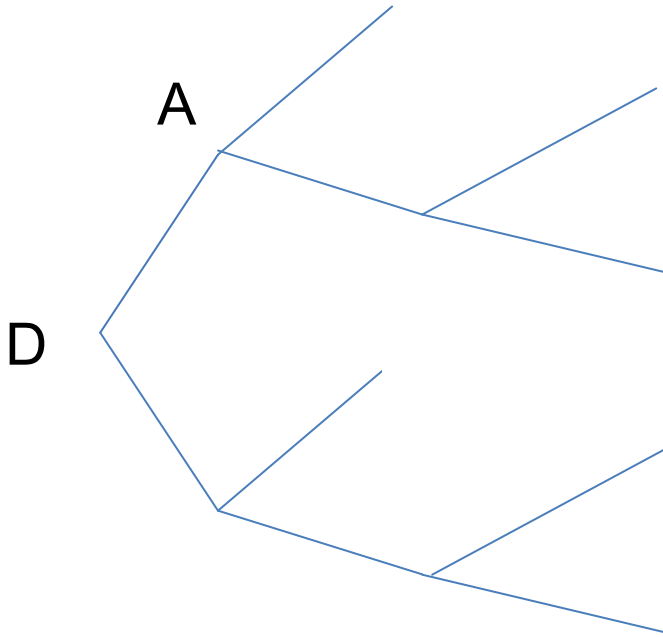
Burada bir bit yeniği var. Hem Angus hem de Bronwen şekerlemeye aç ve sabırsızdır, bu yüzden yarın ki şekerlemeyi iskonto ederler. Angus için, her gün, yarın ki bir şekerin bugünkü değeri δ_A ve $\delta_A < 1$ 'dir. Bronwen için, her gün, yarın ki bir şekerin bugünkü değeri δ_B ve $\delta_B < 1$ 'dir. Angus ve Bronwen'in rasyonel oldukları ve eşit dağıtımın adaletine inanmadıkları ortak bilgidir. Aynı şekilde Angus ve Bronwen'in kayıtsız kaldıklarında teklifi kabul edeceklerini varsayabilirsiniz.

- a) Ne olmasını beklersiniz ve eğer $\delta_A = \delta_B$ ise şeker nasıl paylaşılacaktır? Mantığınızı dikkatli olarak anlatın.
- b) Yanıtınızı $\delta_A = \delta_B = \frac{3}{4}$ ve $\delta_A = \delta_B = \frac{1}{2}$ durumlarıyla karşılaştırın. Mantıksal olarak, neden ikisinin de sabırsız olması biri için iyiyken diğeri için kötüdür?
- c) Şimdi diyelim ki Angus daha sabırsız oldu yani $\delta_A < \delta_B$. Bu $\delta_A = \delta_B$ durumundaki Angus'un payında artışa mı azalışa mı neden oldu? Bir açıklama yapın.

2. **Bilgi ve Nükleer Güvenlik.** Aşağıdaki iki gerçek oyuncu ve doğa tarafından bir şans hamlesi içeren oyunu ele alın. Amerika ve Rusya'nın birbirlerini yok

etmeye yetecek kadar nükleer gücü vardır. Doğa yazı tura atar ve $\frac{1}{2}$ olasılıkla ilk olarak Amerika hamle yapar ve $\frac{1}{2}$ olasılıkla ilk önce Rusya hamle yapar. Şimdilik, varsayın ki iki ülke de doğanın seçimini görebilirler yani kendilerinin birinci mi yoksa ikinci mi hareket edeceğini bilirler. İlk hamle yapan ülke füzelerini ateşlemek veya beklemek arasında karar verir. Eğer ateşlerse, oyun sona erer, füzeyi ateşleyen ülke -1 alır ve diğer ülke -4 alır. Eğer ilk ülke beklerse, o zaman ikinci ülkeye sıra gelir. Ateşlemek ve beklemek arasında karar verir. Eğer ateşlerse o zaman oyun sona erer, o -1 diğer ülke -4 alır. Eğer beklerse iki ülke de 0 alır. Her iki ülkenin de beklenen getirilerini maksimize ettiklerini varsayın.

Bunu iki farklı oyun olarak değil de tek bir oyunmuş gibi ele alın. Şekil 1 bu oyunu temsil eden yaygın biçimli (oyun ağacı) bir oyundur. İlk getiriler Amerika'ya aittir. İkinci getiriler Rusya'ya aittir. Doğa için bir getiri yoktur.



Şekil 1. Nükleer tehdit oyunu: mükemmel bilgi

- Bu oyunu mükemmel bilgili yapan nedir? Yaygın biçimli oyunlarda strateji tanımını yapın ve bu oyunda Amerika ve Rusya için olası stratejileri belirleyin.
- Tüm saf strateji alt oyun mükemmel dengelerini (AMD) bulun ve açıklayın, bunu yaparken alt oyunun neyden oluştuğunu açıkça belirtin. AMD olmayan başka Nash dengesi var mı?
- Şimdi diyelim ki ne Rusya ne de Amerika doğanın hamlesini veya birbirinin hamlesini göremiyor. Yani bir ülkeye hamle sırası geldiğinde, birinci hamle yapan mı ikinci hamle yapan mı olduğunu ve diğer ülkenin beklemeyi mi

- seçtiğini bilmiyor. Yine bunu tek bir oyun olarak ele alın. Hangi nodların aynı bilgi kümesinde yer aldığını belirtin.
- d) Kısım (c) deki Amerika ve Rusya için olası stratejileri belirleyin. Bu oyundaki çok farklı sonuçları olan simetrik saf strateji AMD'lerini bulup açıklayın.
- e) Şimdi varsayın ki Amerika doğa tarafından yapılan hamleyi ve ayrıca (kendisi ikinci hamle yapan olduğunda) Rusya'nın hamlesini görebiliyor. Rusya Amerika'nın görebildiğini biliyor, ama önceki gibi Rusya ne doğanın ne de Amerika'nın hamlelerini göremiyor. Bu oyun için oyun ağacını çizin. Şimdi Amerika Rusya'dan daha fazla bilgiye sahip olduğunda dünya daha güvenli bir yer mi yoksa daha tehlikeli bir yer mi tartışın. Yani, bu oyunun AMD'ni (b) ve (d) deki AMD'lerle karşılaştırın.
3. Tıkanma ve Gişeler. Bazen gişelerde çok uzun kuyruklar oluşur. Kendinizi 50 sent ödemek için 5 dakika bekler halde bulursunuz. Çok sık rastlanan bir argümana göre bunun nedeni ev ile iş arasında uzun mesafeli gidiş gelişlerdir ve bu elimine edilmelidir. Bu soru sizden bu probleme biraz oyun teorisi uygulamanızı ister. Yani efektif olarak, trafik problemini minimize edecek gişeler tasarlayacaksınız! Sorunun tamamı oldukça zordur ama kısım kısım o kadar da kötü değildir, bu yüzden panik yapmayın: sadece adım adım ilerleyin.

Diyelim ki oldukça büyük bir sayıda (sonsuz sayıda diyelim) kişi ev ile iş arasında, araba başına bir kişi, A ve B arasında seyahat edecektir. İki olası rota vardır, 1 ve 2. Rota 1'i kullanan arabaların oranı x olsun. Rota 1 üzerine bir trafik gişesi koymak üzerine bir kamuoyu tartışması vardır. Arabaların A ve B arasında gitme zamanları bu rota üzerindeki araba oranına bağlıdır. Her bir araba için Rota 1'de gidilen zaman, saat cinsinden şöyledir

$$T_1(x) = \begin{cases} 3,8x & \text{eğer gişe yoksa} \\ 4x & \text{eğer gişe varsa} \end{cases}$$

Her bir araba için Rota 2'de gidilen zaman, şöyledir

$$T_2(x) = 1 + 2(1 - x)$$

Rota 2'yi seçen kişinin faydası $-T_2(x)$ 'dir. Eğer Rota 1'i seçerse faydası eğer gişe yoksa $-T_1(x)$ ve eğer p gişe varsa $-T_1(x) - p$ 'dir. Prensipde p negatif olabilir.

- a) İşe gidip gelenlerin hangi rotadan gideceklerine eşanlı karar verdikleri bir oyun düşünün. Gişe olmadığı zaman Rota 1'i seçecek olan Nash dengesi x oranını bulun. Rota 1'de ve Rota 2'de her bir araç için seyahat ne kadar sürmektedir? [İpucu: dengede, rota 1 ve rota 2'yi seçen kişilerin faydaları ne olmalıdır? Bir hesap makinesi kullanmak isteyebilirsiniz.]
- b) Gişe olduğu zaman gişe ücreti p 'nin fonksiyonu olarak Nash dengesi x oranını bulun.
- c) Bir sosyal planlamacının x 'i belirleyebildiğini ve ortalama evden işe gidiş zamanını $\tau(x) := xT_1(x) + (1 - x)T_2(x)$ minimize etmek amacıyla olduğunu

- düşünün. (Sosyal planlamacının gişelerde dönen parayı umursamadığını varsayıyoruz.) Gişe olduğu zaman sosyal planlamacının optimum x 'ini bulun. Her iki rotada işe gidip gelme oranları ve ortalama gidiş geliş zamanı τ nedir?
- d) Diyelim ki sosyal planlamacı trafiği yani x 'i yönlendiremiyor, ama gişe ücreti p 'yi belirleyebiliyor. Ayrıca gişe ücretini sıfırlayabilir. Şu oyunu düşünün. İlk olarak sosyal planlamacı gişe ücretini seçer (veya sıfırlar). Sonra, gişe ücretini gözlemledikten sonra, insanlar eşanlı olarak rotalarını seçerler (daha çok (a) ve (b) deki gibi). Bu oyunun alt oyun mükemmel dengesini düşünün. Sosyal planlamacı bir ücret koyuyor mu, eğer koyuyorsa bu ücret ne kadardır? [İpucu: kısım (b) den zaten gişe olduğu zaman p ve x arasındaki ilişkiyi biliyorsunuz. Kısım (c) den eğer bir gişe olacaksa, sosyal planlamacının seçmek isteyeceği x 'i ve bunun yol açtığı τ 'yu biliyorsunuz. Ve kısım (a) dan geçiş ücreti olmadan τ 'yu hesaplayabilirsiniz.]
- e) Gişede harcanan zamanın $0,2x$ olduğunu varsayarak, kısım (d) deki alt oyun mükemmel dengesinde, rota 1'deki her araç gişede ne kadar zaman harcayacaktır?