

Problem Ödevi 2

Ben Polak, Econ 159a/MGT 522a

Dört Soru teslim tarihi Eylül 26, 2007.

1. **Penaltı Atışları Yeniden.** Oyuncu 1 oyunun sonucunu belirleyecek bir penaltı atışı yapacaktır. Sol, orta veya sağa atış yapabilir. Oyuncu 2 kalecidir. Sola, ortaya veya sağa atlayabilir. Hamleler eşanlı yapılır. Getiriler (10 üzerinden kazanma olasılıkları olarak) şöyledir.

2

| | | | | |
|---|---|------|------|------|
| | | l | m | r |
| 1 | L | 4, 6 | 7, 3 | 9, 1 |
| | M | 6, 4 | 3, 7 | 6, 4 |
| | R | 9, 1 | 7, 3 | 4, 6 |

- a) Her bir oyuncu için herhangi bir strateji başka bir (saf) strateji tarafından domine edilir mi?
- b) Oyuncu 2 için m'nin en iyi tepki olabilmesi için oyuncu 1'in stratejisi hakkında nasıl bir inanış doğru olmalıdır? Oyuncu 1 için M'nin en iyi tepki olabilmesi için oyuncu 2'nin stratejisi hakkında nasıl bir inanış doğru olmalıdır? [İpucu: üç boyutlu bir şekil çizmeniz gerekmez!]
- c) Diyelim ki oyuncu 2 kendini oyuncu 1'in yerine koyar ve oyuncu 1, inanışı ne olursa olsun, bu inanışa en iyi tepkisini oynayacağını varsayar. Oyuncu 2 hiç m'yi seçmeli midir?
- d) Bu oyunda (saf strateji) Nash dengesi olmadığını gösterin.

2. **Ortaklık Yeniden.** (Watson'dan uyarlanmıştır.) Sınıfta tartıştığımız ortaklık oyununu hatırlayın. İki hukukçu ortak bir firmanın ortak sahibidirler ve gelirlerini eşit paylaşırlar. Her hukuk ortağı firmaya ne kadar efor sağlayacağına bireysel olarak karar verir. Firmanın geliri $4(s_1 + s_2 + bs_1s_2)$ 'dir burada s_1 ve s_2 sıra ile avukat 1 ve 2'nin efor seviyeleridir. $b > 0$ parametresi eforları arasındaki sinerjiyi göstermektedir: bir avukat ne kadar çok çalışırsa diğeri o kadar üretken olur. Varsayın ki $0 \leq b \leq \frac{1}{4}$ ve her efor seviyesi $S_i = [0, 4]$. Ortak 1 ve 2'nin getirileri sırasıyla şudur:

$$u_1(s_1, s_2) = \frac{1}{2} [4(s_1 + s_2 + bs_1s_2)] - s_1^2$$

$$u_2(s_1, s_2) = \frac{1}{2} [4(s_1 + s_2 + bs_1s_2)] - s_2^2$$

burada s_i^2 ifadeleri eforun maliyetini temsil etmektedir. (Fark ederseniz bir birim daha efor sağlamanın maliyeti ortaya konmuş olan efor miktarıyla artmaktadır.) Firmanın başka maliyetinin olmadığını varsayın. Sınıfta, rasyonelleştirilebilecek yegane stratejilerin (hiçbir zaman en iyi tepki olmayan stratejilerin sıra ile silinme sürecinde silinmeden kalanların) şunlar olduğunu gösterdik: $s_1^* = s_2^* = 1/(1 - b)$.

- Diyelim ki iki ortakta birbirleriyle aynı miktarda efor sağlamakta anlaştılar ve bu miktarın belirtildiği bir kontrat yaptılar. Eğer amaçları toplam efor maliyetleri çıktıktan sonraki geliri maksimize etmek ise her birisinin sağlaması için hangi ortak efor seviyesinde s^{**} anlaşmalılardır? Bu miktar sınıfta bulmuş olduğumuz rasyonelleştirilebilir efor seviyeleriyle göre nasıldır? Bu karşılaştırma için kısa bir akıl yürütme yazın. [İpucu: bu akıl yürütme için $b = 0$ özel durumunu düşünmek faydalı olabilir.]
- Diyelim ki şimdi kontrat sadece ortak 2 için geçerli. Yani ortak 2 a) kısmında bulduğunuz s^{**} efor seviyesini sağlamak zorundadır ama ortak 1 0 ile 4 arasında herhangi bir efor seviyesini seçmekte özgürdür. Ortak 1 hangi efor seviyesini seçecektir? Bu miktar s_1^* ve s_1^{**} 'a göre nasıldır? Yanıtınız için kısa bir açıklama yazın.
- Sınıfta tartıştığımız temel oyuna geri dönün, ama şimdi $b = -1/2$ varsayın, yani ortakların eforlarının sinerjisi negatiftir. Bu durumda en iyi tepki fonksiyonlarını çözün ve en iyi tepki diyagramını çizin. Rasyonelleştirilebilir stratejiler kümesini bulun. Yine, bu efor seviyelerini ortakların birbirleriyle aynı seviyeyi sağlamak için kontrat yaptıkları zamankiyle karşılaştırın. [İpucu: a) kısmındaki hesaplamaları yeniden yapmanız gerekmez.]

3. Nash Dengeleri ve Sıra İle Silme (Gibbons) Aşağıdaki oyunu ele alın.

| | L | C | R |
|---|------|------|------|
| T | 2, 0 | 1, 1 | 4, 2 |
| M | 3, 4 | 1, 2 | 2, 3 |
| B | 1, 3 | 0, 2 | 3, 0 |

- Hangi stratejiler tam domine edilen stratejilerin sıra ile silinmesinden sağ çıkar?
- Bu oyundaki (saf) strateji Nash dengelerini bulun.
- Genelde (sadece bu oyun için değil) elinizden geldiğince dikkatli ama bir o kadar da kısa ve öz olarak tam domine edilen stratejilerin sıra ile silinmesi ile Nash dengesine taraf olan stratejilerin hiç bir zaman elimine olmayacaklarını tartışın.

- 4. Dolar(ları) Paylaşmak.** (Gibbons ve Osborne'dan uyarlanmıştır) Oyuncu 1 ve Oyuncu 2 10 doları nasıl paylaşmak için pazarlık yapmaktadırlar. Her oyuncu i kendisi için 0 ile 10 arasında bir miktar s_i ortaya sürer. Bu rakamlar bütün dolar cinsinden olmak zorunda değildir. Seçimler eşanlı yapılır. Her oyuncunun getirisi kendi parasal getirisine eşittir. Bu oyunu iki farklı kural altında ele alacağız. Her iki durumda da eğer $s_1 + s_2 \leq 10$ ise o zaman oyuncular belirttikleri miktarı alırlar (ve kalan olursa, o miktar yok olur).
- a) İl durumda eğer $s_1 + s_2 > 10$ ise o zaman iki oyuncu da 0 alır ve para yok olur. Bu oyundaki (saf strateji) Nash dengeleri nelerdir?
- b) İkinci durumda, eğer $s_1 + s_2 > 10$ ise ve ortaya sürülen rakamlar farklıysa o zaman daha düşük miktar belirten o miktarı alır ve diğeri geri kalan parayı alır. Eğer $s_1 + s_2 > 10$ ise ve $s_1 = s_2$ ise o zaman iki oyuncu da 5 dolar alır. Bu oyundaki (saf strateji) Nash dengeleri nelerdir?
- c) Şimdi diyelim ki bu iki oyun da ortaya sürülen miktarların tam dolar cinsinden olması gerektiği ekstra kuralıyla oynanıyor. Her iki durumda da bu (saf strateji) Nash dengelerini değiştirir mi?