

## Problem Ödevi 10

**Ben Polak, Econ 159a/MGT 522a**

**Dört Soru (ve bir opsiyonel soru)**

**teslim tarihi Aralık 5, 2007**

1. **Teşvik yaratmak için farklı dengeler kullanmak.** Alex ve Barry'nin ortak bir projesi vardır. Her birisi öncelikle projeye 10 dolar yatırmak veya sıfır yatırmak (yatırım yapmamak) arasında karar vermelidir. Bu yatırım kararlarını eşanlı yaparlar. Bir kez yapıldı mı, bu yatırımlar batıktır. Eğer kimse yatırım yapmazsa, projenin yarattığı toplam gelir 0 dolar olur. Eğer sadece birisi yatırım yaparsa, o zaman projenin yarattığı (brüt) toplam gelir 15 dolar olur. Eğer ikisi de yatırım yaparsa, o zaman projenin yarattığı (brüt) toplam gelir 30 dolar olur.

Sonrasında toplam proje gelirini paylaşmak için Alex ve Barry şu tertibi kullanırlar. Her oyuncu eşanlı olarak bir kâğıda talep ettiği payı yazar. Talepler  $1/5$ ,  $1/2$  veya  $4/5$  olabilir. Eğer iki pay talebinin toplamı tam olarak 1'e eşit olursa o zaman her oyuncuya kendi talebi verilir. Yoksa tüm para atılır gider.

[Örneğin, eğer ilk başta Alex ve Barry'nin her birisi 10 dolar yatırırsa o zaman projenin yarattığı brüt toplam 30 olur. Eğer Alex  $4/5$  yazarsa ve Barry  $1/4$  yazarsa o zaman (toplaları 1 ettiğinden) Alex kendi talebi olan 24 doları ( $= 4/5 \times 30$ ) yani net kâr olarak 14 dolar (24 eksi ilk yatırım olan 10 dolar) alır ve bu arada Barry'de kendi talebi olan 6 doları ( $= 1/5 \times 30$ ) yani net kâr olarak -4 dolar (6 eksi ilk yatırım olan 10 dolar) alır. Eğer Barry  $1/2$  isterken Alex hala  $4/5$  talep ediyorsa, o zaman proje parası yanar ve her birisi ilk yatırımları olan 10 dolar kaybeder.]

Şimdilik diyelim ki hem Alex hem de Barry pay taleplerini yapmadan önce projenin yaratmış olduğu geliri görürler.

- a) Alex'in 10 dolar yatırım yapmayı ve Barry'nin 0 dolar yatırım yapmayı seçimini takip eden alt oyunu ele alın. Bu alt oyunun tüm saf strateji Nash dengelerini bulun.
- b) Tüm oyunda, her iki oyuncunun da 0 dolar yatırımla başladığı bir alt oyun mükemmel dengesi (AMD) var mıdır? Varsa denge stratejilerini dikkatle açıklayın. Yoksa neden olmadığını açıkça belirtin.
- c) Her iki oyuncunun da 10 dolar yatırımla başladığı bir saf strateji AMD'si var mıdır? Varsa denge stratejilerini dikkatle açıklayın. Yoksa neden olmadığını açıkça belirtin.

Şimdi farz edin ki, her oyuncunun pay talebinde bulunacağı noktada, diğer oyuncunun projeye ne yatırım yaptığını bilmiyor ve dolayısıyla projenin ne kadar gelir yarattığını bilmiyor.

- d) Şimdi her iki oyuncunun da 10 dolar yatırarak başladığı bir saf strateji AMD'si var mıdır? Varsa denge stratejilerini dikkatle açıklayın. Yoksa neden olmadığını açıkça belirtin.

2. **Sonlu tekrar edilen bir oyun.** Aşağıdaki iki oyunculu oyunu ele alın.

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
<i>A</i>	3,1	0,0	0,0	5,0
<i>B</i>	0,0	1,3	0,0	0,0
<i>C</i>	0,0	0,0	2,2	0,0
<i>D</i>	0,0	0,5	0,0	4,4

- a) Bu oyundaki tüm saf strateji Nash dengelerini bulun.  
 b) Farz edin ki bu oyun iki kez tekrar ediliyor (oyunuyor ve sonra bir kez tekrar ediliyor). İlk devrede (D, d) oynanan bir saf strateji AMD'si oluşturun.  
 c) Bu AMD'nin sınıfta tartıştığımız iki devrelik oyundaki dengeden daha fazla tekrar müzakere problemine dayanıklı olduğunu tartışın.

3. **Sonsuz tekrar edilen oyunlar: bir uygulama. Kısışmış Rekabet.** New Haven heat ve New Haven Warmth New Haven'a kalorifer yakıtı sağlamasına izin verilen yegâne şirketlerdir. Her firmanın galon başına 1 dolarlık bir sabit marjinal maliyeti vardır. İki firmanın fiyatları sırasıyla  $p_h$  ve  $p_w$  olsun. Kalorifer yakıtı oldukça homojen bir üründür, yani tüm müşteriler hangi firma düşük fiyat verirse ondan satın alırlar. New Haven'daki toplam talep aşağıdaki talep fonksiyonunda verilmiştir:

$$Q(p_L) = 200.000 - 100.000p_L \text{ galon}$$

Burada  $p_L$ ,  $p_h$  ve  $p_w$  hangisi düşükse odur. Örneğin,  $p_h = 1,75$  ve  $p_w = 1,25$  ise, o zaman toplam satış  $200.000 - 100.000(1,25) = 75.000$  galon olur ve tüm müşteriler Warmth'tan satın alır ve Warmth kârı 18.750 dolar olur. Varsayın ki eğer Heat ve Warmth aynı fiyatı verirlerse talep ikisi arasında tam eşit olarak bölünür.

- a) Şimdilik Heat ve Warmth arasındaki rekabetin sadece bir kez yaşandığını düşünün. Diyelim ki firmalar fiyatlarını eşanlı belirliyorlar.
- Hangi fiyatlar tam domine edilen stratejilerdir ve hangi fiyatlar zayıf domine edilen stratejilerdir?
  - Bu oyundaki tüm Nash dengelerini bulun. Bu oyundaki tüm Nash dengeleri için denge fiyatı nedir?

- b) Şimdi diyelim ki bu rekabet yıllar boyunca tekrar ediyor ve her iki firmanın da iskonto faktörü  $\delta$ .
- Firmaların bir alt oyun mükemmel dengede monopol fiyatını koruyabildikleri en düşük  $\delta$ 'yı bulun. Böyle bir denge oluşturun ve neden daha düşük  $\delta$ 'ların alt oyun mükemmel dengesinde tekel fiyatını koruyamadığını açıklayın.
  - Şimdi bunun yerine ısınma talebinin  $Q(p_L) = a - bp_L$  galon olduğunu varsayın. Burada  $a > 1$  ve  $b > 0$ 'dır. Bu durumda, bir alt oyun mükemmel dengede monopol fiyatını koruyabildikleri en düşük  $\delta$ 'yı bulun. Bu sonuç neden geneldir açıklayın.

4. **Sonsuz tekrarlanan oyunlar: teoride pratik.** Aşağıdaki oyunu düşünün.

	$c$	$d$
$c$	2, 1	-1, 4
$d$	3, -3	0, 0

Bu oyunun sonsuz kez tekrarlandığını ve hem satır hem de kolon oyuncusunun geleceği aynı iskonto oranı  $\delta$  ile iskonto ettiğini varsayın.

- Diyelim ki her iki oyuncu da şu gaddar tetik stratejisini kullanmaktadır: “hiç kimse d oynamadığı sürece c oyna, yoksa d oyna”. Bunun alt oyun mükemmel dengesi olduğu en düşük  $\delta$  değerini bulun.
- Diyelim ki satır ve kolon oyuncular bu sonsuz tekrarlanan oyunun bir AMD'sini oynuyorlar. Buraya kadar denge stratejilerini oynamış veya oynamamış olabilirler. Buradan itibaren denge stratejilerini oynamaktan elde edilecek getirilerin iskonto edilmiş bugünkü değerleri  $V^s$  ve  $V^k$  olsun [ $s$ : satır ve  $k$ : kolon].  $V^s$  ve  $V^k$ 'nin alabileceği en düşük değerler nelerdir? [İpucu: burada hesaplama yapmak gerekmez.]
- [opsiyonel] Şimdi diyelim ki oyuncular “C evresinde” (aşağıda açıklanıyor) başladıkları bir strateji takip ediyorlar ve talimatlar uyarınca evre değiştiriyorlar:
  - Evre C: eğer bu evrenin (tekrar) başlangıcında, ya iki oyuncu da c veya iki oyuncu da d oynamışsa c oyna. Bir oyuncu c seçerken diğeri d seçene kadar C evresinde kal. Bu olay gerçekleşirse, eğer d seçen satırsa  $P_s$  evresine git, eğer kolonsa  $P_k$  evresine git.
  - Evre  $P_s$ :  $T_s$  periyodları boyunca (bu periyodlarda ne olursa olsun) d oyna sonra evre C'ye dön.
  - Evre  $P_k$ :  $T_k$  periyodları boyunca (bu periyodlarda ne olursa olsun) d oyna sonra evre C'ye dön.



Bunun AMD olduğu en küçük  $T_s$  ve  $T_k$  ifadelerini  $\delta$  cinsinden yazın. [Bu ifadeler oldukça çirkin olabilirler bu yüzden onları sadeleştirmek için fazla uğraşmayın.] Herhangi belirli bir  $\delta$  için  $T_s$  ve  $T_k$  ifadelerinden hangisi daha büyüktür? Buradaki mantık nedir?