

Oyun teorisi: Ders 10 Transkript

08 Ekim 2007

Profesör Ben Polak: Pekâlâ, sanırım geçen sefer şimdiye kadar yaptıklarımızdan adamakıllı daha zor bir şey yaptık. Karma stratejilere baktık ve özellikle karma strateji dengelerine baktık. Geçen sefer büyük bir fikir vardı. Büyük fikir şuydu, eğer bir oyuncu dengede bir karma oynuyorsa, o zaman karmadaki her bir saf strateji – yani bu karmadaki her bir saf stratejiye pozitif ağırlık veriyor anlamına geliyor – diğer tarafın yaptığına karşı en iyi tepki olmak zorundadır. Sonra bu hileyi kullandık. Buradaki oyunda Nash dengesini bulmamızda yardımcı olması için kullandık ve Nash dengelerini bulmamıza yardımcı olmasının yolu şuydu biliyorduk ki eğer bu durumda Venüs Williams sol ve sağ arasında karma yapıyorsa, o zaman bu durumda getirisi sol ve sağ için eşit olmalıdır ve bunu Serena'nın karmasını bulmak için kullandık.

Tam tersi, yine Serena'nın sol ve sağ arasında karma yaptığını bildiğimiz için, biliyorduk ki L ve R arasında kayıtsız olmak zorundaydı ve bunu Venüs'ün karmasını bulmak için kullandık. Bir noktayı daha vurgulamak için birkaç dakikalığına bu örneğe geri dönmek istiyorum, sonra bunu geçeceğiz, ama bugünün tamamında hala karma stratejileri konuşuyor olacağız. Bu getirileri değiştirmeden önce bulduğumuz karmaydı, Venüs'ün karmasını (0,7;0,3) ve Serena'nın karmasını (0,6; 0,4) olarak bulduk. Ve bu noktada şu soru mantıklı olabilir, bunun gerçekten denge olduğunu nereden biliyoruz? Bunu bir şekilde bulduk ama gidip kontrol etmedik.

Şimdi yapmak istediğim bunu yapmak, bu eksik adımı tamamlamak. Geçen sefer biraz hızlı gittik çünkü tüm materyalin üzerinden gitmek istedik. Hadi gerçekten P^* Q^* 'a en iyi tepki mi kontrol edelim. Yani yapmak istediğim şu, Venüs'ün karması P^* Venüs için Serena'nın Q^* karmasına en iyi tepki olduğunu kontrol etmek. Bunu yapacağım yol şu, şimdi o – veya daha doğrusu biz onun Q^* 'a karşı oynadığını bildiğimiz zaman Venüs'ün getirileri ne olur ona bakacağım. Hadi Venüs'ün getirilerine bakalım. Onun L için getirilerine, R için getirilerine ve ayrıca gerçekten P^* oynadığındaki getirilerine bakacağım.

Venüs'ün getirileri, eğer Q^* 'a karşı L seçerse o zaman -- geçen sefer tahtada olanla çok benziyor, ama şimdi Q^* 'ın yerine tam olarak ne olduğunu koyacağım – o zaman 50 çarpı 0,6 [bu Q^* ve bu da (1- Q^*)]. Yani 50 çarpı 0,6 ve 80 çarpı 1 eksi 0,6, yani 0,4, 80 çarpı 0,4. Bunu hesaplayabiliriz ve ben bunu evde yaptım, ama eğer birinde hesap makinesi varsa lütfen kontrol etsin. Sanırım bu 0,62 oluyor. Birisi bunu kontrol etmeli. Eğer Venüs R seçerse – hatırlarsanız R Serena'nın sağına doğru, dış vuruşuna doğru atış yapmak demek – eğer R seçtiyse o zaman getirileri 90 Q^* . Yani 90 çarpı 0,6 artı 20 çarpı (1- Q^*) yani 20 çarpı (0,4), yani 90(0,6) artı 20(0,4) ve yine bunu evde hesaplamıştım ve maalesef bu da 0,62 ediyor. Yani Venüs'ün P^* dan

getirisi nedir? Onun her bir saf stratejisi için getirilerini elde ettik, peki gerçekten P^* seçiminden getirisi ne olur?

Bir kere P^* 0,7, yani 0,7 ile aslında L oynuyor olacak ve L oynadığında getirisi 0,62 olacak ve 0,3 ile R oynayacak ve yine 0,62 alacak ve – hesap makinem var mı? Pardon, teşekkürler. Yani P^* 0,7, evet, kesinlikle haklısın, yani bu P^* ve bu $(1-P^*)$. Bunu daha açık yapalım. Size dengenin ne olduğunu göstereceğim ama P^* 'ın kendisi 0,7. Yani Venüs 0,7 olasılıkla L oynadığında, 0,62 beklenen getirisini alacak ve 0,3 ile de yine 0,62 getirisini alacak ve bu hesabını evde yapmamı gerektirmeyecek bir matematik, bunun sonucu da 0,62 olacak. Yine, hesaplarımın doğru olduğunu varsayarsak. Yani burada gerçekten tek yaptığım şey zaten geçen sefer yapmış olduğumuzu teyit etmek.

Biliyorduk ki – Venüs'ü L ve R arasında kayıtsız bırakmak için aslında Serena'nın Q karmasını seçmiştik. Ve burada tam olarak bulduğumuz da bu, sola gitmek 0,62, sağa gitmek 0,62 ve bundan dolayı P^* 0,62 getirir. Ama şimdi başka bir şey daha görebileceğimizi öne sürüyorum. Şimdi şu soruyu sorabiliriz, P^* gerçekten en iyi tepki mi? Bunun en iyi tepki olmaması için, bunun bir denge olmaması için, Venüs'ün kendisini tam olarak daha iyi konuma getirecek bir sapmasının olması gerekirdi. Bunu tekrar edeyim. Eğer bu bir denge olmasaydı, Venüs'ü daha iyi yapacak bir sapmanın olması gerekirdi. P^* oynayarak 0,62 alıyor. Yani sapma yapabileceği bir şey sürekli L oynamak olabilir. Eğer her zaman L oynamaya sapsa, getiri hala 0,62 yani tam olarak daha iyi değil. Bu tam olarak karlı bir sapma değil. Sapma yapabileceği bir başka şey, R oynamaya saptır. Eğer R oynamaya sapsa, getirisi 0,62 olur. Bir kez daha tam olarak daha iyi değil: eskisiyle aynı durumda, yani bu karlı bir sapma değil.

Şimdiye kadar ne göstermiş oldum? Şunu gösterdim P^* L oynamak kadar iyi ve P^* R oynamak kadar iyi. Aslında zaten onu böyle oluşturmuştuk. L'ye saptak tam olarak karlı bir sapma değil ve R'ye saptak tam olarak karlı bir sapma değil. Ama bu noktada birileri şöyle sorabilir, tamam, sen bana bir saf stratejiye saptarak tam olarak daha karlı olunamayacağını gösterdin, ama ya başka bir karma stratejiye saptmaya ne demeli? Şimdiye kadar gösterdik ki – sadece buraya kadar gösterdik – Venüs'ün tam olarak daha karlı bir saf strateji saptmasının olmadığını görebiliyoruz. Onun tam olarak daha karlı bir saf strateji saptması yok çünkü her bir saf stratejisi karma stratejisiyle aynı getiriyi veriyor, P^* ile aynısını getiriyor. Ama tam olarak daha iyi bir karma stratejisinin olmadığını nereden biliyoruz? Bunu nasıl biliyoruz? Kimse yok mu? Hiç el kalkmıyor, bir tane varmış, güzel.

Öğrenci: Sağ ve Sol arasındaki herhangi bir karma yine 0,62 verir.

Profesör Ben Polak: Güzel, yani Venüs'ün sapabileceği herhangi bir karma, L ve R arasında bir karma olacak ve L ve R arasındaki herhangi bir karma 0,62 ve 0,62 arasında bir karma olacak ve bu yüzden 0,62 verecek. Yani geçen hafta

geliştirdiğimiz olguyu tekrar kullanacağız. Geçen sefer geliştirdiğimiz olgu şuydu, her karma strateji, o karmanın içinde yer alan saf stratejilerin getirilerinin ağırlıklı ortalaması kadar kazandırır. Her karma stratejinin getirisi, o karmada yer alan saf stratejilerin getirilerinin ağırlıklı ortalamasıdır. Geçen seferin anahtar olgusu buydu. Yani eğer burada tam olarak daha karlı bir saf strateji sapması olamayacağını göstermişsek, o zaman tam olarak daha karlı bir karma strateji sapması da olamaz.

Neden? Çünkü karma strateji sapmaları, saf strateji sapmalarının arasında yer alan getiri sağlamak zorundadır. Bu bizim için çok büyük bir olgu. Buradaki ders nedir? Ders şudur, biz sadece tam olarak daha karlı saf strateji sapmalarını kontrol etmeliyiz. Bu iyi iş. Neden? Çünkü eğer karma stratejilerini teker teker kontrol etmek zorunda kalsaydık, tüm gece burada olurduk, çünkü sonsuz sayıda karma strateji sapması vardır. Ama kontrol etmek zorunda olduğumuz saf strateji sapmaları o kadar çok değil. Bu fikri tekrar edelim. Diyelim ki karlı bir saf strateji sapması yok, o zaman karlı bir karma strateji sapması olamaz, çünkü bir karma stratejiden alabileceğiniz en yüksek beklenen kazanç karmada yer alan bir saf stratejininkidir ve zaten onların karlı olmadıklarını kontrol etmişsiniz.

Bu basit fikir, geçen sefer geliştirdiğimiz basit fikir, sadece Nash dengesini bulmamızda değil, ama Nash dengesini kontrol etmemize de yardımcı oluyor. Şimdi, geri besleme oturumlarından anladığım kadarıyla pek çok kişinin kafası geçen seferden karışık kalmış. Bu zor bir fikir. Aslında hafta sonu kasete baktım ve nerede kafa karıştırıcı olduğunu görebildim. Ama aslında bu, sanırım burada asıl kafa karıştıran şey – çok değildi—yani sanırım daha açıklayıcı olmamı gerektirecek kadar fazla değildi ama eminim daha açıklayıcı olabilirdim. Bu sadece bunun zor bir fikir olmasından, karma stratejiler fikrinin, kaynaklanıyor. Bu yüzden bugün onun üzerinde tekrar çalışacağız, ama sanırım insanları kafa karışıklığına iten fikirlerden birisi şu fikir.

Şöyle diyorlar, bakın Serena'yı kayıtsız yapan P ve $(1-P)$ leri seçerek Venüs'ün denge karmasını bulduk. Venüs'ü kayıtsız yapan Q ve $(1-Q)$ ları seçerek Serena'nın denge karmasını bulduk ve doğal olarak insanların şunu sorduğunu duyuyoruz, neden Venüs Serena'yı kayıtsız bırakmaya çalışıyor? Neden Serena Venüs'ü kayıtsız bırakmaya çalışıyor? Buradaki mesele gerçekten bu değil. Burada Venüs'ün Serena'yı kayıtsız bırakmaya çalışma durumu yok. Buradaki olay şu *dengede* Serena'yı kayıtsız bırakıyor. Hayattaki amacı Serena'yı L ve R arasında kayıtsız bırakmak değil ve Serena'nın hayattaki amacı da Venüs'ü L ve R arasında kayıtsız bırakmak değil, ama denge ikisinin de birbirini kayıtsız bıraktığı durumda oluşuyor. Bunu görebilmemizin bir yolu şu eğer Venüs –geçen sefer söylemiştik, tekrar oluyor – eğer Venüs L 'ye fazla, $0,7$ 'den fazla ağırlık verirse, o zaman Serena hep Sola kayar ve bunun denge olma ihtimali yok. Ve eğer Venüs R 'ye fazla ağırlık verirse, o zaman Serena hep sağa kayar ve bu denge olamaz. İşte bu yüzden Venüs'ün yaptığı Serena'yı tam olarak kayıtsız bırakmak ve tam tersi.

Şimdi bu fikri başka uygulamalarda görelim. Devam etmeden önce bununla ilgili biraz konuşalım. Öyle görünüyor ki oyunlarda, sporda karma strateji dengelerinin çok doğal uygulamaları ortaya çıkıyor. Şimdi bunlardan birkaç tanesi hakkında konuşalım. Randomizasyon gördüğümüz başka alanlar veya en azından spor karşılaşmalarında karma strateji dengeleri öne sürebilecek olan var mı? Aslında mikrofonu ben elime alayım. Burada örneğin futbol oynayan var mı ve şimdi Amerikan futbolu konuşuyoruz, ızgara oyunu, medeni olmayan tipinden. Oynayan var mı? Evet, yani bazılarınız futbol oynuyor. Futbol oynarken karma yapmak nerede işin içine girer? Dengede nerede karma stratejileri görmeyi bekleriz? Şuralarda birisi var, onları alabilir miyiz? Bağırın.

Öğrenci: Koşu oyunu ve pas verme oyunu.

Profesör Ben Polak: Pekâlâ, koşu oyunu ve pas atma oyunu. Yani çok basit bir fikir, top sizdeyken koşu yapmak veya pas atmak arasında karma strateji dengesine ulaşmak. Defans da randomize eder, örneğin, top atıcıyı kesmek veya koşuya karşı savunma yapmak gibi. Doğru mu -- bu benim tam olarak bildiğim bir oyun değil, ama umuyorum yeterince yaklaşımdır. Bir saf strateji dengesi olması muhtemel değil, oyunun çok uç kısımları hariç, belki de oyunun sonlarına doğru, ama oyunun çoğunda saf strateji dengesi olması çok ihtimal dahilinde değil. Daha muhtemel olan saldıran takımın pas ve koşu arasında karma yapması ve ona gelince sola gitmek, sağa gitmek ve ortadan gitmek arasında ve savunma da aynı zamanda karma yapar -- kendi savunma tipleri üzerinden. Yani bunu görürüz -- dün seyretmiş olanlar için -- futbol oyunlarında bunu görürüz.

Sporda başka nerelerde görürüz, başka spor dallarında? Burada bir sınıf dolusu spor karşıtı fanatik olamaz. Kaçınız herhangi bir spor seyrediyor? Elleri kaldıralım -- bazılarınız seyrediyor. Bu aralar beysbol playof sezonu. Kaçınız beysbol playoflarını seyrediyor? Eğer beysbol playoflarını seyrediyorsanız elinizi kaldırın. Ceza vermeyeceğim, benim ödevimi yapıyor olmanız gerektiğini biliyorum. Bunun yerine kaçınız beysbol playoflarını seyrediyordu? Geçen akşamki Yankees maçını kaç kişi seyretti? Bayağı fazlanız. Henüz çok heyecan verici olmadılar ama daha ilginç hale geleceklerini umut ediyoruz. Peki, beysbol seyrederken içinde karma stratejilerin bulunması gereken ne gibi şeyler görüyorsunuz? Bir randomizasyon söz konusu olmalı. Şimdi biraz daha fazla el kalktı. Güzel, siz bayım.

Öğrenci: Topu nasıl fırlatacağını seçmek.

Profesör Ben Polak: Topu nasıl fırlatacağını seçmek. Biraz daha açın, biraz daha fazla şey söyleyin.

Öğrenci: Hızlı topa karşı kayan top veya yüksek top, bir sürü değişik şey.

Profesör Ben Polak: Pekâlâ, yani topu atmanın birçok değişik yolu var ve atıcı için randomizasyon söz konusu veya en azından atıcı tarafından randomizasyon varmış gibi görünecek, hızlı top veya kavisli top veya her neyse onların arasında. Burada vurucu nasıl randomizasyon yapar? Vurucu nasıl randomizasyon yapar? Vurucu hiç randomizasyon yapıyor mu? Bu sürerken vurucu ne yapıyor? Birisi? Evet.

Öğrenci: Savurmak veya savurmamak arasında seçim yapıyor.

Profesör Ben Polak: Tamam, savurmak ve savurmamak arasından seçim yapıyor, aslında galiba top atıldıktan hemen sonra yapabiliyor olsa da. Yani bazen yorumcuların vurucunun bir hızlı top beklediğini söylediklerini duyarız, değil mi? Veya kavisli top beklediklerini. Vurucu atışı tahmin etmeye çalışıyor, değil mi? Bu benim çok fazla oynamış olduğum bir oyun değil – birazcık oynamışlığım var. Topun nereye doğru geleceğini tahmin etmeye çalışıyorsunuz. Yani beysbolda atış şekliniz ve vurucunun atışı tahmin etme yolu muhtemelen karma strateji olur. Beysbolda başka ne karma strateji olabilir? Başka ne? Yale beysbol takımında olan var mı burada? Burada bir gönüllü var. Başka ne var, bir saniyelikine ayağa kalkın. Hadi Yale beysbol takımından birini alalım, isminiz nedir?

Öğrenci: Chris.

Profesör Ben Polak: Nerede oynuyorsunuz?

Öğrenci: Ben bir atıcıyım.

Profesör Ben Polak: Bir atıcısınız tamam. Yani baza (base) basmayı başaramayacak şimdi, o yüzden yanıt vermeyecek. Diyelim ki baza geldin, atıcılar genelde baza gelmezler. Varsayalım ki oldu, neyi randomize edersiniz? Ordasın, bazada duruyorsun, neyi randomize edebilirsin?

Öğrenci: Saniye çalmak (steal second) veya çalmamak.

Profesör Ben Polak: Doğru, çalmak veya çalmamak, çalmaya çalışmak veya çalışmamak. Bir saniye kalkın. Yani çalmaya çalışmak veya çalışmamak muhtemelen rastgele olur. Eğer siz atıcıysanız, buna karşılık ne yapabilirsiniz?

Öğrenci: Onları kancalamaya (pick off) çalışabilirsiniz veya çalışmazsınız.

Profesör Ben Polak: Başka ne? Bir tanesi kancalamaya çalışmak. Başka?

Öğrenci: Plakaya (plate) daha hızlı gitmeyi deneyebilirsiniz.

Profesör Ben Polak: Plakaya daha hızlı, başka?

Öğrenci: Dışarı atabilirsiniz.

Profesör Ben Polak: Dışarı atabilirsiniz, başka? En azından bu üç şey değil mi?

Öğrenci: Evet.

Profesör Ben Polak: En azından bu üç şey tamam, teşekkürler. Burada bir uzman var, bir uzmanım olduğuna memnunum. Bu durumda koşucu için bir randomizasyon var bazı çalmak veya çalmamak ve atıcı için de dışarı atmak, normal atışı yapmak, plakaya daha hızlı gitmek arasında randomizasyon var. Yani bunu sporda görüyoruz. Spor yorumcularının bu kadar iyi tahmin yaptığını görmüyoruz. Bunu bir saniye bırakayım. Yani örneğin beysbolda bazen oldukça sofistike istatistiksel analizler görürsünüz ki bunlarda birileri majör liglerdeki baz çalanlara bakmışlardır ve oyuncunun birinci bazda olduğu durumlarda veya çalabileceğini düşündüğünüz pozisyonlarda her bir çalma girişiminde ne olduğuna bakarlar, gerçekte yakalandılar mı yoksa yakalanmadılar mı diye ve bu şeylerin değerini ölçmeye çalışırlar ve görürler ki, en nihayetinde şöyle bir sonuca ulaşırlar.

Şu sonuca varırlar, adam çalmış olsun olmasın, pardon adam çalmaya çalışmış olsun olmasın veya sadece birinci bazda dursun hiçbir fark yaratmıyor, derler. Derler ki çok iyi baz çalıcıların çalmaya teşebbüs etme veya etmemelerinin getirileri bile, kancalama karşısında yerinde durmayı hesaba kattığınızda, oyuna etkisi anlamındaki getirisi aşağı yukarı eşittir ve böylece onlar – bu analistler şu çıkarımı yaparlar. Bakın işte bu yüzden beysbolda hız ve baz çalabilmeye gereğinden fazla değer veriliyor.

Bu yanlışı nasıl yapmışlardır? Burada yaptıkları yanlıştır. Önerme şuydu, önermelerini verelim, bir baz çalıcı çalmaya teşebbüs ettiğinde veya etmediğinde oyunun sonucu açısından beklenen getirisi aşağı yukarı aynıdır, ister çalmaya çalışsınlar ister çalışmasınlar. Çıkarım şu olur, bu yüzden çalmak o kadar da önemli bir şey değil. Yaptıkları yanlıştır. Evet, tekrar ödünç alayım, pardon.

Öğrenci: Atıcı bazda hızlı bir adamın olduğunu bilirse atışını kullanırken farklı davranmalıdır.

Profesör Ben Polak: Güzel, yani atıcı farklı davranmalıdır. Yine bizim atıcımızla konuşalım, atıcımızın söylediği bir şey plakaya daha hızlı gitmeyi istemektir. Ne demek bu, plakaya daha hızlı gitmek? Bağırın, insanların duyabilmesi için.

Öğrenci: Bu tutucuya (catcher) topu gönderebileceğiniz kadar hızlı göndermektir ki böylece onun koşucuyu dışarı atma şansı yükselsin.

Profesör Ben Polak: Doğru, yani şöyle atış yaparsınız, şu komik kapanış şeyini yapmazsınız, teşekkürler, gerilerek atış (pitch to the stretch) yaparsınız, buralarda bir terim olduğunu biliyordum. Burada bulunarak Amerikanca öğreniyorum. Ve hızlı top atma ihtimaliniz daha fazla olur, hızlı atış yapmanın kavisli atış yapmaya göre bazı avantajları var. İki aksiyon da, hızlı atış yapmak için ilerlemek ve gerilerek atış

yapmak da atıcı için maliyetlidir. Ama oraya biraz sonra geleceğiz, bir saniyeliğine geri gidelim, yani bu iyiydi, doğru. Ama bir saniye geri gidelim. Yorumcuların önermesi neydi?

Şuydu, çalmanın, çalmaya çalışmanın getirisi, aşağı yukarı eşit gibi görünüyor. Şöyle görünüyor bu çok iyi baz çalıcı çalmaya teşebbüs ettiğindeki beklenen getirisi aşağı yukarı çalmaya çalışmadığı zamanki getirine eşittir. Ama ben iddia ediyorum ki durumun böyle olacağını zaten biliyorduk. Gidip verilere bakmamız gerekmiyordu. Neden durumun böyle olacağını biliyorduk? Bu analizde bulacağımız getirilerin aşağı yukarı aynı olması gerektiğini nereden biliyorduk? Evet.

Öğrenci: Eğer randomize ediyorsa o zaman bu getirileri aynı demektir. Eğer eşit olmasaydı o zaman sürekli aynı şeyi veya öbürünü yapardı.

Profesör Ben Polak: Güzel, mükemmel. Bir karma strateji dengesinde olduğumuzdan, randomize ediyor olduğundan, getiriler eşit olmalı. Buradaki büyük fikir bu, geçen sefer öğrendiğimiz şey bu. Eğer oyuncu ki bunu yapanlar profesyonel beysbol oyuncularını, bunlar çok iyi eğitilmişler ve doğru taktikler için tonlarca para harcanmış. Orada oturup doğru taktik vermek için para alan insanlar var. Eğer baz çalma durumunda çalmaya çalışmanın ve çalışmamanın getirileri aşağı yukarı eşit değilse, o zaman randomize etmemelisiniz. Randomize ettiğiniz için bu getirilerin eşit olduğu bir durum olmalı. Yani bu gözlemlenebilecek ilk şey ve gözlemlenecek ikinci şey de az önce ortaya koyduğumuz şey.

Gerçekte, takımında hızlı bir baz çalıcısının olmasının değeri onun çalmaya çalıştığı veya çalışmadığı durumların beklenen getirisinde ortaya çıkmıyor. Nerede ortaya çıkıyor? Atışı yapan takımın davranışında ortaya çıkıyor, bu adamın baz çalmasını önlemek için daha sık plakaya hızlı gitme veya daha sık hızlı top kullanma şeklinde ortaya çıkıyor. Bu istatistiklerde nerede görünecek? Eğer sadece benim gibi bir istatistikçiyseniz, sadece verilere bakarsınız, bu nerede ortaya çıkar? Demek istiyorum ki diyelim her bir atışın kaydını tutamam, tüm o hızlı atışların hepsini gözlemleyemem, bu ekstradan hızlı topların ve gerilerek atışların etkisini, verilerde nerede görebilirim? Birileri?

Baz çalıcısının arkasında vuruş yapan adamın vuruş ortalamasında kendini gösterir. Baz çalıcısının arkasındaki vurucu daha yüksek bir vuruş ortalamasına sahip olur çünkü vuruş yapması için kendisine daha fazla hızlı top atılır ve daha fazla gerilerek atış yapılır. Yani bu etkiyi göz ardı ederseniz, o zaman başınız derde girer. Ama biz biliyoruz ki, bunu Oyun Teorisi kullanarak düzgün bir şekilde incelersek, bir karma strateji dengesinde olduğumuzu anlarız. Biliriz ki gerçekte atıcı takım buna tepki veriyor olmalı. Biliriz ki bunun bir maliyeti olmalı ve bu maliyet arkadaki vurucuda ortaya çıkar. Yani eğer son playofları seyrediyorsanız -- şimdi akşamları benim ev ödevimi bitirdikten sonra ama başkalarının verdiği ödevlerden önce biraz televizyon

seyretmenize izin veriyorum – bu beysbol oyunlarına bakabilirsiniz ve orada çalışan yorumculardan daha iyi olduğunuz için böbürlenebilirsiniz.

Yani sporda bir karma strateji uygulaması ama tek uygulama değil. Başka bir uygulamadan bahsedelim, birazcık daha ürkütücü bir uygulama. 9/11'den sonra ABD'de havaalanlarına bagaj kontrol makineleri konulması üzerine çok konuşuldu. Aslında hala çok konuşuluyor, ama o zaman uçağa yüklenecek bagajları aramak için makineler konması üzerine çok konuşuluyordu. El bagajı zaten aranıyordu, ama kabinlere giden bagajları aramak için. O zaman şu noktaya dikkat çekilmişti, o zamandan beri bu değişti, ABD'de 9/11'den sonraki gün, yüklenecek her bagajı aramak için yeterince makine yoktu. Şöyle tartışmalar duyuyordunuz. Nightline'da veya başka programda uzmanlar şöyle diyorlardı: bakın bunu yapmaya çalışmanın hiçbir manası yok, çünkü eğer bagaj arayan makinelerimizin hepsini Boston'daki Logan Havaalanına koyarsak, örneğin, o zaman teröristler sadece saldırılarını O'Hare'ya kaydıracaklar ve eğer biz onları O'hare'ya koyarsak, o zaman saldırılarını Logan'a kaydıracaklar.

Eğer hem Logan'a hem de O'Hare'ya yetecek kadar makinemiz olsaydı o zaman saldırılarını üçüncü bir havaalanına kaydırırlar. Yani bir kıyamet günü havası vardı. Zaten kasvetli bir zamandı. Bir kıyamet günü havası oluştu şöyle söylenerek eğer tüm bagaj arama makinelerinizi bir yere koyarsanız, tek yaptığınız uçakları havaya uçurmaya çalışan teröristlerin başka yere gitmesini sağlamak olur. Ve aynı şeyleri bugün de duyarsınız, insanları uçağa girerken aramak hakkında. Örneğin, şöyle bir tartışma duyarsınız, eğer sadece yalnız seyahat eden erkekleri ararsak, diyelim ki, o zaman çok hızlı şekilde bomba taşıyanlar çiftler veya kadınlar olur. Yine bu kıyamet havası var, bu hava ümitsiz olduğumuzu söylüyor. Ne yaparsak yapalım sadece teröristleri başka bir şey yapmaya iteceğiz ama hiçbir şey kazanmayacağız.

Bir kez daha bu yanıltı. Yanlış bunun neresinde? Bu koşullarda ne yapmalıyız? Tekrar aşağıya geleyim. 9/11'den sonra o az sayıda bagaj arama makineleriyle ne yapmış olmaları gerekirdi – aslında yaptılar da? Uçağa binecek olan insanları aramak için ne yapılıyor? Ne yapıyorlar? Yapmadıkları şey şu, bunları sadece belli havaalanlarına koyup bu havaalanlarındalar diye duyurmadılar. Bu çılgınca bir şey olurdu. Bu ümitsiz olurdu – tam olarak ümitsiz değil – ama akıllıca değil. Ne yapmış olmaları gerekirdi? Ne yaptılar? Tahmin etmek isteyen var mı? Evet.

Öğrenci: Kontrol edeceklerini isimlerine göre randomize ettiler.

Profesör Ben Polak: Doğru, yani yolcuları kontrol ederken, yolcuları rastgele kontrol edecekler. Kontrol ederken, bagaj makinelerini düşünürken, akıllıca bir şey şu olurdu, her bir havaalanına büyük metal bir kutu yerleştirip şunu söylemek: bu kutulardan hangisinin gerçekten bagaj arama makinesi olduğunu size söylemeyeceğiz ki bu zaten fiilen randomize etmek demektir. Teröristlerin bakış açısından, onlar bagaj kontrollerinin nerelerde yapıldığını bilmeyecekler. Bunu yapmaya değer. Maalesef

tüm terörist saldırıları önlemez – tam olarak önleyemeyecektir, ama teröristlerin işini daha zorlaştıracaktır. Yani burada randomizasyon – ister tam anlamıyla randomizasyon olsun ister makineleri nereye konuşlandırdığınızı saklayarak randomize ediyormuş gibi yapmak olsun çok etkili olabilir.

Hem sporda hem de askeri örneklerde zor olan şey randomizasyonu taklit etmektir. Biz insanlar için bunu yapmak çok zor ve bir komutan hakkında meşhur bir hikâye vardır, aslında bir İngiliz komutan hakkında, sanırım Malezya'daydı 2.nci Dünya Savaşından sonra isyan savaşında hangi konvoylara koruma sağlayacağını randomize etmekten endişe ediyordu. Ve bunu şöyle yaptı – Bu konvoyları az sayıda birlikle korumaya çalışmak için randomize etmenin en doğru şey olduğunu hesapladı. Ve randomize etmek için kullandığı yol gerçekten de tam anlamıyla randomize etmektir. Her sabah bir avucuna bir parça kâğıt aldı ve birisi, çavuşlarından birisi, kâğıt olan elini bulmaya çalıştı. Yani bu stratejilerin gerçekten rastgele kullanıldığını görüyoruz. Gerçek anlamda randomize etmemizin nedeni şu, çünkü profesyonel bir sporcu değilseniz bunu yapmak çok zordur.

Tamam, ama öyle görünüyor ki karma strateji dengeleri ve karma stratejiler insanların gerçek anlamda randomizasyon yaptıkları durumların ötesinde de geçerliler. Şimdi farklı bir bağlama bakmak istiyorum. Birkaç hafta önce başlatmış olduğumuz bir oyuna dönmek istiyorum. Bu aynı oyun değil. Onun devamı. Sınıftaki randevulaşan çiftimiz hakkındaki eğlenceli maceranın devamı. Randevulaşan çiftimiz kimlerdi, hala buradalar mı? İşte bu adamımız – evet oradalar. Hatta daha yakın oturuyorlar. Bu bir başarı olmalı. Kamerayı onlara çevirebilir miyiz bir saniye? Ayağa kalkın lütfen, teşekkürler. İsminiz neydi?

Öğrenci: David.

Profesör Ben Polak: David. Ve şuna bir bakın. Bu romantik değil de ne? David ve sizin adınız?

Öğrenci: Nina.

Profesör Ben Polak: Nina ve David, tamam. Sanırım geçen sefer Nina'nın Oyuncu 1 ve David'in Oyuncu 2 olduğunu az çok belirlemiştik, değil mi? Geçen seferden hatırlarsak, size bir saniye içinde döneceğim, bu arada oturabilirsiniz. Geçen sefer randevuya çıkmaya çalışacaklarını ve sinemaya gitmek için ayarlama yaptıklarını söylemiştik. İki film seçtiler, aslında 3 film vardı ama sadece ikisi olası görünüyordu ve problem şuydu tipik ekonomi öğrencileri olarak, siz ikiniz de ekonomi öğrencisi misiniz, sanırım bunu anlamıştık? Öyleler, şuna bir bakın, yani flört etmede umutsuz olan tipik ekonomi öğrencileri olarak birbirlerine hangi filme gideceklerini söylemeyi unutmuşlardı.

Yani bu iyiye gitti mi gitmedi mi bilmiyorum, ama hayat devam etti, tekrar deneyecekler, ama bu kez New England'da sonbaharın avantajını kullanacaklar, sinemaya gitmek yerine başka aktivitelerde karar kıldılar. Ya elma toplamaya gidebilirler veya Yale Tiyatrosuna (Yale Rep: Yale Repertory Theater) gidip bir piyes izleyebilirler. Elma toplamanın avantajları var: güz havası, yerel tat, Cennet Bahçesinin (Garden of Eden) belli başlı renkleri gibi. Amerikan elmaları için tat terimini kullanabilir miyiz bilmiyorum, yerel olsun olmasın, ama boş verin. Ve Yale Tiyatrosu, New Haven'da yapılabilecek güzel bir şey Yale Tiyatrosunda bir oyuna gitmek. Sanırım şimdi Richard II gösterimde, değil mi? Büyük olasılıkla güzel bir randevu piyesi değil ama iktisatçılar kültürlü olduklarını göstermeye çalışırlar, bu yüzden. Ve varsayalım ki getiriler şöyle.

Daha önce olduğu kadarıyla, yani Nina David'le buluşmak istiyor ama tercihler böyleyken David'le elma bahçelerinde buluşmayı tercih ediyor. Ve karanlık bir kişilik olan David, Shakespeare'in bir nevi daha karanlık olan tarafını seviyor. Ve o da Nina ile buluşmak istiyor ama onunla Yale Tiyatrosunda buluşmayı tercih ediyor. Eğer bunun tam tersiyse tercihleri için özür dilerim. Ama bir kez daha, beceriksiz ekonomi öğrencileri olduklarından dolayı, birbirlerine nereye gideceklerini söylemeyi yine unutmuşlar. Bu oyunu tekrar analiz edelim, geçen sefer veya birkaç hafta önce bunun bir koordinasyon oyunu olduğunu anlamıştık. Ve biliyoruz ki bu oyunda, oyundaki saf strateji Nash dengelerini biliyoruz, yani bunları bulabilecek olanlara ödül yok. Saf stratejilerde Nash dengelerinden birisi, bunu saf stratejiler olarak yazalım, yani saf strateji Nash dengelerinden birisi ikisinin de elma toplamaya gidip Papazın Bağında (Bishop's Orchard) veya böyle bir yerde buluşması ve bir başka saf strateji Nash dengesi de ikisinin de tiyatroyu seçmesi olur.

Anlamıştık ki eğer iletişime geçebilselerdi, bu dengelerden birine koordine olabilmeleri oldukça mümkündür ama sanırım burada olup biten tek şeyin bu olmadığından şüphe ediyoruz. Oldukça muhtemeldir ki Cumartesi akşamı gelip de bu çiftimizi randevularına yolladığımızda buluşmada başarısız olacaklar, bu en azından akla yatkın. Bunun akla yatkınlığını sınamak için onlara soralım, sizler, randevu için buluşmayı başardınız mı? Hayır, randevulaşmayı başaramadılar. Gördünüz mü, aslında halen bir dengeye koordine olamadıkları noktasını kanıtıyorum. Yani koordine olamayacakları en azından akla yatkın görünüyor. Koordinasyonda başarısız olacakları akla yakın görünüyor. Biz bir bakıma bu fikri yakalamaya uğraşıyoruz ve bu fikri yakalamanın yolu – bakalım oyunda başka bir denge var mı?

Bir kere bu oyunda kesinlikle başka saf strateji dengesi yok, değil mi? Bunu biliyoruz. Yani eğer bir başka denge varsa bu karma olmalı. Hadi bu oyunda karma Nash dengesi bulmaya çalışalım ve hatırlarsanız bu oyunun adı Cinsiyetler Savaşı, bu meşhur bir oyun. Bu Cinsiyetler Savaşı tekrarı. Peki bu oyunda karma Nash dengesini nasıl bulmaya çalışacağız? Daha sonra yorumlayacağız ama şimdi sadece onu bulmaya çalışalım. Özellikle, Nina'nın (P, (1-P)) ve David'in (Q, (1-Q)) ile karma yaptığını varsayacağım. Peki David'in denge karması (Q, (1-Q)) yu nasıl bulacağız?

Geçen haftaki hilemiz neydi? Bu noktada davetsiz alabiliyor olmam lazım ama hadi bunu yapmak zorunda kalmayalım. Ben Q'yu, denge Q'sunu nasıl bulacağım? Birileri?

Teşekkürler, Venüs'ün getirilerini kullanabilirler, güzel. Yani bulmak için – Venüs'ün getirileri değil – Nina'nın getirileri. Yeterince adil, pardon. Yani Nash dengesi Q'sunu bulmak için, David'in kullanacağı karmayı bulmak için Nina'nın getirilerini kullanacağız. Hadi bunu yapalım. Özellikle, Nina için, eğer elma toplamaya giderse Q olasılıkla David'le buluşur ve getirisi 2 olur aksi halde 0 olur. Eğer tiyatroya giderse o zaman 1 alır David'le buluşursa, pardon, dikkatli olmam lazım, tekrar yapalım. Eğer tiyatroya giderse getirisi 0 olur eğer David Q olasılıkla elma toplamaya gittiye ve eğer David'le tiyatrodada buluşursa o zaman getiriş 1 olur ki bu da $(1-Q)$ olasılıkla mümkün, doğru mu? Yani bu onun elma toplamadan getirisi ve bu da Richard II'yi seyretmekten getirisi. Ve Nina gerçekten karma yapıyorsa ne biliyoruz, bu iki getiri hakkında ne biliyoruz? Bunlar eşit olmalı. Eğer Nina gerçekten karma yapıyorsa, o zaman bu iki şey birbirine eşit olmalı. Ve bu şu demek: dediğimiz şu $2Q$ eşittir $1(1-Q)$ veya Q eşittir $2/3$, sanırım böyle. Hayır bu $1/3$ pardon. Değil mi? Q $1/3$ 'tür.

Tamam, bizim tahminimiz şu eğer bir karma strateji dengesi varsa o zaman bu durumda David elma toplamaya $1/3$ olasılık ayırır, bu da kendisinin tercih ettiği aktivite olan Richard II'yi seyretmeye $2/3$ ayırıyor anlamına gelir. Peki ya, bunların ikisini de aşağı çekeceğim, tamam, Nina'nın karmasını nasıl buluruz? Yani Nash dengesi P'sini bulmak için, Nina'nın karmasını bulmak için ne yaparız? Hile nedir? Birileri? David'in getirilerini kullanırız. Yani David'in getirileri, eğer elma toplamaya giderse getirisi 1 olur Nina ile buluşabilmişse yoksa 0 alır ve eğer tiyatroya giderse 0 getiri alır eğer Nina elma toplamaya gitmişse ve 2 alır eğer tiyatrodada Nina ile buluşmuşsa.

Bir kez daha, eğer David kayıtsızsa bu durumda bunlar eşit olmak zorundadır. Eğer öyleyse -- eğer David gerçekten elma toplamak ile tiyatroya gitmek arasında karma yapıyorsa – o zaman bu ikisi eşit olmalıdır ve bunu dikkatli yaparsak şunu elde ederiz, bir bakalım, $1(P)$ eşittir $2(1-P)$ bu da P eşittir $2/3$ ve $1-P$ eşittir $1/3$ olur. Yani burada elde ettiğimize göre Nina elma toplamaya ki bu onun tercih ettiği aktivite $2/3$ ayırıyor ve tiyatroya gitmeye de $1/3$ ayırıyor. Tamam, yani sadece geçen seferki hileyi yine kullandık, hadi bunun gerçekten denge olup olmadığını kontrol edelim. Yani özellikle, Nina için $(2/3, 1/3)$ seçiminin gerçekten denge olduğunu kontrol edelim. Nina'nın getirilerine geri dönelim. Nina için, eğer elma toplamayı seçmiş olsaydı getirisi şimdi 2 çarpı Q ama Q eşittir $1/3$ artı $0(1-Q)$ ve eğer tiyatroya gitmeyi seçmiş olsaydı o zaman getirisi $1/3$ olasılıkla 0 ve $2/3$ olasılıkla 1 olurdu.

Tek yapmış olduğum şey bu daha önceden elimde olan satırları aldım ve şimdi doğru olması gerektiğini bildiğimiz Q ve $(1-Q)$ değerlerini yerine koydum ve bu da her iki durum için ona $2/3$ getiri sağlıyor. Eğer P seçerse, P 'den getirisi $2/3$ çarpı elma toplamaktan getirisi olan $2/3$ ve $1/3$ çarpı tiyatro seyretmekten getirisi olan $2/3$, yani

toplamda $2/3$ olur. Yani Nina'nın her iki saf stratejisinden de getirisi $2/3$. Bizim denge olduğunu iddia ettiğimiz karma stratejisinden getirisi de $2/3$, yani muhtemel hiçbir saf strateji sapması karlı değil. Bu ona bir şey de kaybettirmez, ama daha karlı değiller ve başlarken kullandığımız ders dolayısıyla bu şu anlama gelir, tam olarak daha karlı bir karma strateji sapması da olamaz. Yani gerçekten Nina için P Q'ya en iyi tepkidir. Aynıısını David için de yapabiliriz ama uğraşmayalım, simetriktir.

Yani bu oyunda başka bir denge bulduk. Bu başka denge, yeni denge şu Nina ($2/3$, $1/3$) karma yapar ve David ($1/3$, $2/3$) karma yapar ve bu dengedeki getirileri de biliyoruz. İki oyuncu içinde bu dengedeki getiri $2/3$ 'tür. Bu oyunda 3 tane denge var. Elma toplamada buluşmayı başardılarsa bu durumda getiriler 2 ve 1. Tiyatroda buluşmayı başardılarsa getiriler 1 ve 2 veya karma yaptılar, ikisi de böyle karma yaptılar ve getirileri ($2/3$, $2/3$). Neden bu karma strateji dengesinde getiriler böyle kötü? Bunun oldukça kötü bir getiri olduğuna herkes katılıyor mu? Diğer denge getirilerinde en kötü 1 alıyorsunuz ve bazen 2, ama burada farklı bir denge oynuyorsunuz ve bu farklı dengede sadece $2/3$ alıyorsunuz. Neden sadece bunu alıyorsunuz—ne oldu? Neden bu getiriler bu kadar aşağıya çekildi? Bizim zavallı talihsiz çiftimize ne oluyor? Veya talihsiz değiller bilmiyorum. Çiftimize neler oluyor?

Öğrenci: Bazen buluşmuyorlar.

Profesör Ben Polak: Evet, buluşmada başarısız oluyorlar. Bu getirileri aşağı çeken neden şu pek sık buluşmuyorlar. Aslında hangi sıklıkla buluşuyorlar? Hangi sıklıkla buluşuyorlar? Hadi önceki tahtaya dönelim. İşte burada. Yani bu kutuda veya bu kutuda olduklarında buluşuyorlar, doğru mu? Peki, bunların o kutularda bulunma olasılıkları nedir? Bu kutuda bulunma olasılıkları $2/3$, $1/3$ ve şu kutuda bulunma olasılıkları $1/3$, $2/3$, doğru mu? Sonunda Nina'nın oraya gittiği zamanın $2/3$ 'ünde ve David'in oraya gittiği zamanın $1/3$ 'ünde elma topluyor olursunuz. Ve sonunda Nina'nın oraya gittiği zamanın $1/3$ 'ünde ve David'in oraya gittiği zamanın $2/3$ 'ünde tiyatrodaki buluşursunuz. Bu buluşmanın toplam olasılığı ve $4/9$ 'a eşit, doğru mu? Yani $4/9$ ile buluşurlar ama $5/9$ ile – yarıdan fazla—işleri bozarlar ve buluşmayı beceremezler. Bu yüzden onlara talihsiz randevu çifti diyorum.

Yani bu çok kötü bir denge, ama oyun hakkında doğru bir şeyi yakalıyor. Bu oyunda kesinlikle doğru olan şey şu eğer sadece bu oyunu oynasalardı her zaman buluşamayacaklardı. Gerçekten de burada tartıştığımızı göre yarı yarıya dan daha az buluşurlar. Ama kesinlikle saf strateji dengelerinin bize vermiş olduğu fikir olan sihirli bir şekilde buluşmayı hep başaracaklar fikri pek ihtimal dahilinde görünmüyor, yani bu oyununun analizine bir miktar daha gerçeklik eklemiş oluyor. Buna rağmen, bu biraz interpolasyon problemine yol açıyor. Şu soruyu sorabilirsiniz, hangi akla hizmetle bu şekilde randomize ediyorlar? Bunu neden yapıyorlar? Bu herkes için kötü. Bunu neden yapıyorlar? Bu bizi karma stratejilerin ne olduğu düşüncesine dair ikinci bir yoruma götürüyor. Bunları kelime anlamıyla randomize etmek olarak düşünmek yerine, bu durumda şöyle düşünmek muhtemelen daha iyi.

David'in karmasını Nina'nın David'in ne yapacağına yönelik beklentileri hakkında bir söylem olarak düşünmeye ihtiyacımız var. David kelimenin tam manasıyla randomize etmiyor olabilir. Ama bu $(Q, (1-Q))$ karmasını Nina'nın David'in ne yapacağı hakkındaki beklentisi olarak düşünebiliriz. Tam tersi Nina kelimenin tam anlamıyla randomize etmiyor olabilir. Ama onun $(P, (1-P))$ karmasını David'in Nina'nın ne yapacağı hakkında beklentisi olarak düşünebiliriz. Ve yapmış olduğumuz şey şu olur, bu oyuncuların yapacakları hakkında kayıtsız kaldıkları beklentilerin ne olduğunu bulmuş oluruz. David'in kendisini ne yapacağını bilemediği duruma sokan, Nina'nın yapacakları konusundaki beklentilerini bulduk. Ve Nina'nın kendisini ne yapacağını bilemediği duruma sokan, David'in yapacakları konusundaki beklentilerini bulduk. Bu mantıklı geliyor mu? Yani burada insanları kelimenin tam anlamıyla karma yapıyorlar diye düşünmek yerine bu karma stratejileri insanların dengedeki beklentileri olarak düşünmek daha iyidir.

Daha sonra geri gelip bu oyna biraz daha bakacağız, yani bizim çiftimiz maalesef henüz bizden kurtulamadı. Ama günün geri kalanını karma strateji dengesinin bir başka yorumuna bakarak geçirmek istiyorum. Şimdiye kadar iki tane var, bir tanesi insanlar kelimenin tam anlamıyla randomize ederler. Bir tanesi de insanların gerçekte ne yaptığı değil dengedeki beklentileri hakkındaki ifadelerdir. Ve şimdi size bir üçüncü yorum vereceğim. Şimdilik şu Venüs Serena oyunundan kurtulabiliriz. Bu üçüncü fikri motive etmek için vergi denetlemeleri hakkında düşünmek istiyorum. Burada hiçbiriniz, muhtemelen hiçbir zaman, vergi formu doldurmak zorunda kalmadı, bir gerçek dışında ki bugün sınıfta bir sürü ebeveyn var gibi, bu ebeveynler haftası mı, bundan dolayı mı? Sınıftaki ebeveynler neredeler? Bir ebeveynseniz kolunuzu havada sallayın. Yani en azından bu arkadaşlar hayatlarının bir anında muhtemelen vergi formu doldurmuşlardır.

Vergi günü geldiğinde sınıftaki ebeveynlerin bir seçeneği olacak ve bu seçenek şu, vergilerini dürüstçe mi beyan edecekler veya hile mi yapacaklar? Onalar ne yaptıklarını sormayacağım, belki sorarım, ama şimdilik gerçekten ne yaptıklarını sormayacağım. Yani ikisinden birini seçecekler. Vergilerini dürüstçe ödemeyi seçebilirler – buna H diyeceğiz (honest kelimesinin baş harfi)—veya hile yapmayı. Bu vergi veren, ebeveyn. Ve aynı zamanda denetim ofisi, denetçi, bir seçim yapmak zorunda ve denetçinin seçimi sizi denetlemek veya denetlememek ve bu gerçekte tam doğru değil çünkü denetçi sizin vergi formunuzun gelmesini bekleyebilir ve sonra sizi denetleyip denetlemeyeceğine karar verebilir. Ama şimdilik bu seçimlerin eş anlı yapıldıklarını düşünelim ve bunun neden işi daha ilginçleştirdiğini göreceğiz. Buraya bir takım getiriler yazayım ve sonra onları açıklayacağım. Yani 2, 0, 4, -10, 4, 0 ve 0, 4. Peki bunu nasıl yorumlarız? İlk önce denetçinin getirilerine bir bakalım.

Denetçi ebeveynlerinizi denetlememekten ve ebeveynlerinizin vergi ödemelerinden çok memnun, bu yüzden buna 4 getirisini vereceğiz. Bu oyunda öyle olacak ki getirileri karşılaştırdığımız şekilde denetçi ebeveynlerinizi hile yaptıkları aynı yıl denetlemekten eşit olarak memnun olacak. Bunun denetçiyi aynı derecede mutlu

ettiğini söyleyeceğiz. Şimdi, denetçi ebeveynleriniz dürüst olduklarında onları denetlemekten çok hoşnut değil çünkü denetlemeler maliyetli. Denetçi ebeveynleriniz hile yaptığında onları denetlememiş olmaktan ise gerçekten hiç hoşnut değil. Hadi şunlara – bunlara ısrarla ebeveyn demek istiyorum – bunlara ebeveyn demeyi bırakmalıyım, onlara vergi mükellefi diyelim. Peki, vergi mükellefleri için getiriler nelerdir? Bu şeyleri normalize edeceğiz, yani eğer dürüstseler onlara 0 getirisini vereceğiz. Bu şu demek, vergi formlarını doğru dolduruyorlar ve ödemeleri gerekeni ödüyorlar, ama eğer gelirlerinin bir kısmını saklayabilirlerse, sanki şey varmış gibi, üçüncü bir çocukları varmış gibi davranabilirlerse o zaman denetlendiklerinde başları belaya girer. Eğer denetlenirlerse yüksek bir ceza ödemek durumunda kalırlar, belki de hapse girerler, bu yüzden bu -10. Tabii ki eğer denetlenmezlerse iyi bir meblağ ellerinde kalır, buna 4 diyeceğiz.

Herkes bu oyunun temel fikrini anladı mı? Gerçekte, daha başka komplikasyonlar ekleyebiliriz, vergi kaçırmanın değişik yollarını düşünebiliriz, ama burada verginizi nasıl kaçırabileceğinize dair bir el kitabı vermek istemiyorum. Bu oyunda saf strateji dengeleri olmadığını anlamak için oyuna çok uzun bakmak gerekmiyor. Hadi bunu yapalım, vergi mükelleflerinin bakış açısından, eğer denetleneceklerse o zaman vergilerini ödemek ödememekten daha iyi ve eğer denetlenmeyeceklerse bu getirilere göre vergi kaçırmak daha iyi. Denetçilerin bakış açısından, eğer herkesin vergilerini ödeyeceğini bilselerdi o zaman denetleme yapmakla vakit harcamazlardı ve eğer herkesin vergi kaçıracağını bilselerdi o zaman tabii ki denetlerlerdi. Yani hızlıca görüyoruz ki en iyi tepkilerin çakıştığı hiçbir kutu yok, saf strateji Nash dengesi yok.

Bunun başka bir dünyadan olduğunu düşünenleriniz için söyleyeyim, birkaç yıl içinde vergi ödemek zorunda kalacaksınız ve bana inanın ebeveynleriniz şimdi vergi ödüyorlar. Burada yapmak istediğimiz şey şu, çözümleyerek bir karma strateji dengesi bulacağız, ama buna şimdiye kadar dengeleme yaptığımızdan farklı bir yorum katacağız. Ama temel, başlangıç egzersizi nedir? Biz burada dengeyi bulacağız, bulmaya çalışacağız. Buradaki Nash dengesini bulmak için onun karma olacağını biliyoruz. Yani vergi mükelleflerinin vergilerini ödeme olasılıklarını bulmak için – ve şimdi kendimin de ötesine geçmeme izin verin ve şöyle diyeyim vergilerini ödeyecek olan vergi mükelleflerinin oranını bulmak için – ne yaparız? Vergilerini ödeyecek olan mükelleflerin denge oranı Q hakkında ne doğru olmalı? Bu Q 'yu nasıl bulacağız? Birisi bağırırsın. Evet, denetçinin getirilerine bakarım.

Denetçilerin bakış açısından, eğer denetçiler denetlerse getirileri $2Q$ artı $4(1-Q)$ olur ve eğer denetlemezlerse getirileri $4Q$ artı $0(1-Q)$ olur. Herkes bunu nasıl yaptığımı gördü mü, bu $2Q$ artı $4(1-Q)$ ve bu da $4Q$ artı $0(1-Q)$. Ve gerçekten de denetçi karma yapıyorsa o zaman bunlar eşit olmak zorundadır. Ve eğer eşitlerse, burada biraz cebir yarsak şunu buluruz $2Q$ eşittir $4(1-Q)$ yani Q eşittir $2/3$, doğru mu? Yani iddiamız şu denetçiyi denetlemek ve denetlememek arasında kayıtsız bırakmak için, sınıftaki öğrencilerin ebeveynlerinin $2/3$ 'ü vergisini dürüstçe ödemeli ki bu da $1/3$ 'ü

ödemiıyor demektir ve bu biraz endişe verici ama neyse. Mükellefe bakalım. Pardon, mükellefi bulmuştuk, vergisini ödeyen mükelleflerin oranını bulmuştuk, şimdi denetlenmenin olasılığını bulmak istiyorum.

Bu modelde denetlenmenin dengedeki olasılığını nasıl bulurum? Denetlenmenin dengedeki olasılığını nasıl hesaplarım? Bağırın. Yani denetlenmenin dengedeki olasılığı P ve $1-P$ kullanacak, yani P denetlenmenin olasılığı olacak, P 'yi nasıl bulurum? Evet, mükelleflerin getirilerine bakacağım. Yani mükelleflerin bakış açısından, eğer mükellef vergisini öderse, onların getirileri sadece 0 olur ve eğer hile yaparlarsa getirileri $-10P$ artı $4(1-P)$ olur. Ve eğer gerçekten mükellefler karma yapıyorlarsa – veya bir başka deyişle şöyle deriz tüm mükellefler hile yapmıyor ve tüm mükellefler dürüstçe vergi ödemiyorlar – o zaman bunlar eşit olmak zorunda. Eğer bunlar eşitse şunu elde ederim $4P$ eşittir $14 - 4P$ – hayır böyle değil – şunu elde ederim 4 eşittir $14P$, tekrar deneyelim, 4 eşittir $14P$ bu biraz endişe vericiydi, 4 eşittir $14P$ ki bu da P eşittir $2/7$ demektir. Birileri cebir işlemlerimi kontrol ederse iyi olur, sanırım bu doğru.

Benim burada ileri sürdüğüm denge şu mükelleflerin $2/3$ 'ü vergi öder ve denetlemeler için, denetçi $2/7$ ile denetler. Şimdi buraya geri girip yine kontrol edebiliriz, daha önce yaptığımı yapabiliyordum, P 'leri ve Q 'ları yerlerine koyup bunun gerçekten denge olduğunu kontrol edebiliriz, ama güvenin bana ben bunu yaptım, bunun tamam olduğuna güvenin. İşte bir dengemiz var, ne olduğunu yazalım. Denetçinin açısından, zamanın $2/7$ 'sinde denetleme yaparlar veya popülasyonun $2/7$ 'sini denetlerler ve mükelleflerin açısından zamanın $2/3$ 'ünde vergilerini dürüstçe öderler diğer zaman ödemezler. Şimdi bu kesin rakamlara fazla odaklanmadan, ilk önce bu karma strateji dengesini nasıl yorumladığımıza odaklanmak istiyorum.

Yani denetçi açısından, gerçekten daha önce baz çalıcı veya havaalanında bagaj arayan kişide olduğumuz noktaya geri döndük. Denetçiyi kelimenin tam anlamıyla randomize ediyor diye düşünebiliriz. Aslında bunda bir doğruluk payı var. Bu gerçekten böyle, kanunen denetçiler randomizasyon yapmak zorunda. Yani bu $(2/7, 5/7)$ daha öncekiyle aynı yoruma sahip. Bu gerçek bir randomizasyon. Ama bu $(2/3, 1/3)$ farklı bir yoruma, potansiyel olarak heyecan verici bir yoruma sahip. Şöyle düşünüyor olamayız, vergi günü geldiğinde ebeveynlerimiz vergilerinin ne olacağını hesaplıyorlar sonra yazı tura atıyorlar. Bunu yapıyor olabilirler, buradaki ebeveynlere bakıyorum ve bunu yaptıklarını sanmıyorum. Buradaki yorum şu, ebeveynler, bazı ebeveynler vergi ödüyorlar ve bazıları vergilerini ödemiyorlar. Dışarıda bir sürü ebeveyn var, bir sürü potansiyel vergi mükellefi var ve popülasyonda, dengede, eğer bu rakamlar doğruysa ebeveynlerin $2/3$ 'ü vergilerini ödüyor ve $1/3$ 'ü vergi kaçırıyor olurdu.

Yani bu bir oyuncu tarafından yapılan randomizasyon ve bu da popülasyondaki karma. Buradaki yeni yorum şu, karma stratejiyi oyuncular randomizasyon yapıyor diye düşünmek yerine büyük bir popülasyondaki bir karma olarak, bazı insanların bir

şeyi öbür grubun diğer şeyi yaptığı şeklinde düşünebiliriz. Bu vergi ödeyen insanların oranıdır. Bu (2/3, 1/3) ABD için doğru bir rakam mıdır bilmiyorum. Muhtemelen gerçeğinden çok farklı da değildir. İtalya için utanarak söylüyorum vergi verenlerin oranı daha çok %40 civarında hatta belki şimdi daha düşüktür ve sanırım bazı ülkelerde bu oran %90'ı buluyordur. Sanırım denetleme yaptıklarında ABD oranı bundan biraz daha yüksek çıkıyor ama çok fazla değil. Yani yine bunu randomizasyon olarak değil ama Amerikalı mükelleflerden vergi verenlerin oranının tahmini olarak düşüneceğiz.

Şimdi bu örneği kalan zamanda bir politika deneyi olarak kullanmak istiyorum. O yüzden bunu yukarıda görebileceğimiz bir yere koyalım. Şimdi yeni bir vergi politikası hakkında düşünelim. Diyelim ki Kongre Amerikalıların 2/3'ünün veya gerçek oran neyse, sanırım bundan biraz daha yüksek ama her neyse, vergi ödemediğini yazan gazete haberlerinden sıkıldı. Bu haberlerden sıkıldılar ve dediler ki bu adil değil, insanların vergi vermesini sağlamalıyız bu yüzden kanunu değiştireceğiz ve şu ödeme yerine --- 10 yıl hapis yerine veya ona eşdeğer bir -10'luk ceza yerine , cezayı veya hapis zamanını arttırıp -20'ye denk getireceğiz. Yani politika deneyi şu, hadi cezayı – vergi kaçırmanın cezasını -- eksi 20'ye çıkaralım ve bu politikanın amacı vergi kaçırmayı engellemek, değil mi? Bu bir hükümetin yapmak isteyebileceği akla yakın bir şey gibi duruyor.

Hadi matrisi tekrar çizelim, işte oyun bu -2, 0, 4, -20, 4, 0, 0, 4, denetle, denetleme ve dürüstçe öde, vergi kaçır. İşte yeni getirilerimiz ve şu soruyu soralım, bu yeni cezayla birlikte, şimdi vergi kaçırıp yakalandığındaki cezanın yükselmiş olmasıyla, uzun vadede, birkaç yıl sonra her şey tekrar dengeye oturduğunda, Amerikan vergi ödeme uyumunun artacağını mı yoksa düşeceğini mi bekleriz veya ne bekleriz? Ne olacağını düşünürüz? Kim artacağını düşünüyor? Kim düşeceğini düşünüyor? Kim aynı kalacağını düşünüyor? Kim çekimser? Ebeveynlerin çekimser kaldığını fark ettim. Çekimser kalmamanız gerekiyor. Burada oy vermelisiniz. Bunu nasıl bulacağız? Uyuma ne olacağını nasıl bulacağız? Vergi uyumuna ne olur? Vergi uyumu, hatırlarsanız bu bizim P'mizdi – hayır değildi, pardon bu bizim Q'muzdu. Bunu bulmamızın tek yolu çözmek, hadi yeni denge Q'muzu çözelim.

Hadi bunu yapalım, yeni Q dengesini bulmak için, bir kez daha, denetçinin getirilerine bakmalıyız ve denetçinin getirisi eğer denetlerse $2Q$ artı $4(1-Q)$ olur ve eğer denetlemezse $4Q$ artı $0(1-Q)$ olur. Ve eğer denetçi kayıtsızsa, eğer karma yapıyorsa, bu durumda hala bu ikisi eşit olmalıdır. Ve şimdi size bir soru sormak istiyorum, bu denklemi daha önce nerede görmüştünüz? Evet, hala şurada duruyor, doğru, onu silmemiştim. Şu yukarıda duran aynı denklem. Doğru mu? Denetçinin açısından, denetçilerin getirilerine göre hiçbir şey değişmedi. Yani Denetçiyi ebeveynlerimizi denetlemekle denetlememek arasında kayıtsız bırakan vergi uyumu eskisiyle aynı kaldı yani 2/3. Dengede vergi uyumu hiç değişmedi.

Bunu tekrar söyleyeyim, politikamız şuydu vergi kaçırmadan yakalanmanın cezasını ikiye katlayacaktık ve denge vergi uyumunda bu hiçbir fark yaratmadı. Şimdi, neden hiç fark yaratmadı? Önce teknik bir açıklama ve sonra daha iyi, daha akıllıca bir açıklama yapalım. Teknik açıklama şu, denge vergi uyumunu ne belirliyor, kolon oyuncusunun denge karmasını belirleyen şey nedir? Satır oyuncusunun getirisidir. Kolon oyuncusunun denge karmasını belirleyen şey satırın getirileri -- satır oyuncusunun getirileridir. Satır oyuncusunun getirilerini değiştirmediysek, o zaman kolon oyuncusunun denge karmasını değiştirmemiştir. Tekrar söyleyelim, kolon oyuncusunun getirilerinden birini değiştirdik ama kolon oyuncusunun denge karması satır oyuncusunun getirilerine bağlı ve biz satır oyuncusunun getirilerini değiştirmemiştir, denge uyum oranını, kolon oyuncusunun denge karmasını değiştirmemiş oluruz.

Burada ne değişmiş olur? Yeni dengede ne değişmiş olur? Yani az çok insanların yeni dengede de eskisi kadar hile yaptıklarını görmüş olduk. Rahul, Henry şurada onu alabilir miyim?

Öğrenci: Olasılıklar değişmiş olur.

Profesör Ben Polak: Tekrar söyleyin.

Öğrenci: Denetim yapmanın olasılığı değişmiş olur.

Profesör Ben Polak: Denetim yapmanın olasılığı değişmiş olur. Değişecek olan Q değil P, denetime uğrama olasılığınız değişir. Hadi kontrol edelim, yeni P'yi bulmak için, vergi mükelleflerinin getirilerine bakmalıyım ve mükelleflerin getirileri şimdi şöyle 0 – pardon, eğer vergilerini dürüstçe öderlerse o zaman 0 alırlar ve eğer vergi kaçırlarsa P olasılıkla -20 alırlar ve 1-P olasılıkla 4 alırlar. Eğer karma yapıyorlarsa, bazıları vergi ödüyor bazıları ödemiyorsa, bunlar aynı olmalı ve umarım eskisinden olduğumdan daha dikkatli oluyorumdur burada, bu bana şunu verir $24P$ eşittir 4 veya P eşittir $1/6$. Yani denetim oranı $2/7$ 'den $1/6$ 'ya düşmüş oldu. Tahminim politikanın hedeflediği bu olasılık değildi ama bu kötü bir şey olmayabilir de. Burada toplum için biraz fayda var, denetimler maliyetli olduğu için, denetim oranını $2/7$ 'den $1/6$ 'ya inmesi iyi oldu, ama vergi uyum oranını artırmayı başaramadık.

Bu modeli kelimenin tam anlamıyla almak istemiyorum, çünkü bu sadece oyuncak bir model, ama yine de bu modelden de birkaç ders çıkarmaya çalışalım. Burada yaptığımız şey vergi kaçırmanın getirisini değiştirmektir, onu daha kötü hale getirdik. Ama farklı bir değişiklik olarak şunu da yapabiliriz, pardon – vergi kaçırıp yakalanmanın getirisini negatif yönde değiştirdik. Ama farklı bir değişiklik olarak şunu da yapabiliriz, bu -10'u yerinde bırakırdık ve vergi kaçırıp yakalanmanın getirisini arttırabiliriz. Bu 10 yerinde kalabilirdi ve bu 4'ü değiştirip, diyelim ki 6 veya 8 yapabiliriz. Yakalanmadığınız takdirde vergi kaçırmanın getirisini arttırabiliriz. Dengede bu ne işe yaramış olurdu? Yine ileri sürüyorum ki bir kez daha dengede

insanların vergi verme olasılıklarını değiştirmezd, ama denetim oranına ne yapmış olurdu? Denetim oranı artmış olurdu, denge denetim oranı artmış olurdu.

Bu hikâeyi bir anlatalım Yani zengin insanlar, geliri yüksek olan insanlar, yakalanmadıkları takdirde vergi kaçırmaktan biraz daha fazla kazanç elde ederler, ortada daha fazla para var. Yani işletme okulundaki finans profesörü olan arkadaşlarımdan vergi iadelerinde benimkinden daha fazla para var, yani prensipte eğer vergi kaçırlarsa benden daha kazançlı olurlar. Bu onların dengede benden daha sık vergi kaçırdıkları anlamına mı gelir? Hayır, dengede benden daha sık vergi kaçırdıkları anlamına gelmez. Ne anlama gelir? şu anlama gelir, onlar daha sık denetlenir. Dengede, daha zengin olanlar illa ki daha çok vergi kaçırmazlar, ama daha sık denetime tabi olurlar ve bu doğru. Federal denetim oranları zenginleri fakirlerden daha sık denetlemek üzere tasarlanmışlardır. Yine, bu onların zenginlerin nitelikleri gereği daha az dürüst olduklarını veya fakirlerin nitelikleri gereği daha fazla dürüst olduklarını düşündüklerinden veya buna benzer bir nedenden dolayı değil, bu basitçe vergi kaçıran yakalanmamanın getirisi zenginler için daha fazladır, bu yüzden onları dengeye doğru itmek için daha fazla denetlersiniz.

şimdi, farz edelim ki cezaları arttırma politikasını kullanarak uyum oranını düşürmek, arttırmak istiyoruz, vergi kaçırmayı azaltmak istiyoruz. Kanunu nasıl değiştirmemiz gerekir? Diyelim ki vergi kaçırmamanın cezasını arttırmak istiyoruz, insanların hile yapmasından hoşlanmıyoruz ve bu yüzden para cezasını arttırdık, ama bu sonucun uyum oranlarını arttırmayacağı yönünde endişelerimiz var. Kanunu nasıl değiştirebiliriz veya oyundaki teşvikleri nasıl değiştirebiliriz ki bu gerçekten uyum oranlarını arttırsın? Ne yapabiliriz? Evet.

Öğrenci: Denetim yapmanın getirini 4 yaparsak, 2 yerine 4 yaparsak.

Profesör Ben Polak: Güzel, eğer uyum oranlarını değiştirmek istiyorsak denetçinin getirisini değiştirmeliyiz. Burada denetçiye yapılan ödemeye ilgili problem şu eğer daha çok kişiyi yakalarlarsa daha fazla kazanırlar, ama denetimlerin maliyeti var. Buradaki problem şu, öbür yandaki para cezasını arttırdığınızda olan tek şey dengede daha az denetim yapılması. Yani eğer daha fazla uyum oranı elde etmek istiyorsanız, yapabileceğiniz bir şey denetçinin getirisini denetim maliyetlerini düşürerek değiştirmek veya onlar için insanları yakalamamanın daha iyi olmasını sağlamak olabilir, onlara ödöl vermek olabilir veya bunu tamamen Oyun Teorisi dışına taşımak olabilir. şu yaptırımda bulunabilirsiniz, parlamentoda denetim oranlarını denge oranının üzerinde belirleyebilirsiniz ve bu son 5 yılda parlamentoda çok tartışıldı. Birileri denetim oranlarını belirliyor ve bunu dışsal olarak parlamento tarafından yapılıyor. Bu neden iyi bir fikir olmayabilir? Ekonomi Teorisini bir saniyeliğine bir yana bırakırsak, Oyun Teorisini bir yana bırakırsak, bir ofis yerine parlamentonun denetim oranlarını belirlemesi neden çok iyi bir fikir olmayabilir?

Öğrenci: Parlamento üyelerinin çoğunun çok parası var yani denetlenmemek için denetim oranlarını düşürürler.

Profesör Ben Polak: Ön taraftaki bayan diyor ki parlamento üyelerinin çoğu oldukça zengin yani burada belirli bazı teşvikler olabilir. Burada belli bir siyasi taraf almak istemiyorum, ama bu siyasi yelpazenin hangi tarafında yer alırsanız alın, parlamentonun bunu düzgün yapacağına inanmıyor olabilirsiniz. Parlamentoda etkin bir vergi sistemi elde etmenin ötesinde farklı siyasi değerlendirmeler gerçekleştiğini düşünebilirsiniz. Tamam, buradan çıkarmak istediğim dersler nelerdir? Bu oturumdan çıkacak büyük dersler şunlar dengede veya denge dışı randomizasyonu düşünmenin 3 değişik yolu var. Bir tanesi bu gerçekten randomizasyondur, diğeri bu insanların beklentileriyle ilgili bir şeydir ve üçüncüsü ve oldukça önemli olan bir tanesi de toplumda bir şeyler yapan insanların oranıdır, bu durumda vergi veren insanların oranıdır.

Burada çıkarmak istediğim ikinci önemli ders, sadece dengeleri bulmanın da ötesinde, bugün çıkardığımız iki şey, bir ders dengeyi kontrol ederken, karma strateji dengesini kontrol ederken, sadece saf strateji sapmalarını kontrol etmek zorundasınızdır. Dikkat edin, tüm olası saf strateji sapmaları için kontrol etmek zorundasınızdır, sadece karmanın içinde yer alan saf stratejileri değil. Eğer bir adamın 7 stratejisi varsa ve sadece ikisini karma yapıyorsa, diğer 5'i için de kontrol etmeyi unutmamalısınız. Bugün çıkarmak istediğim üçüncü ders dengenin çalışma yolundan dolayı, karma strateji dengelerinin çalışma durumundan dolayı ortaya çıkıyor, eğer kolon oyuncusunun getirisini değiştirirsem bu satır oyuncusunun denge karmasını değiştirir ve eğer satır oyuncusunun getirilerini değiştirirsem kolon oyuncusunun denge karması değişir. Bir dahaki sefer, karma stratejilerin belli bazı şeyleri oynayan insanların oranı olduğu fikrini ele alacağız ve bunu oldukça farklı bir ortama taşıyacağız, evrim. Yani Çarşamba günü evrim hakkında konuşmaya başlayacağız.

[transkript sonu]