

# 14.12 Oyun Teorisi

Muhamet Yıldız

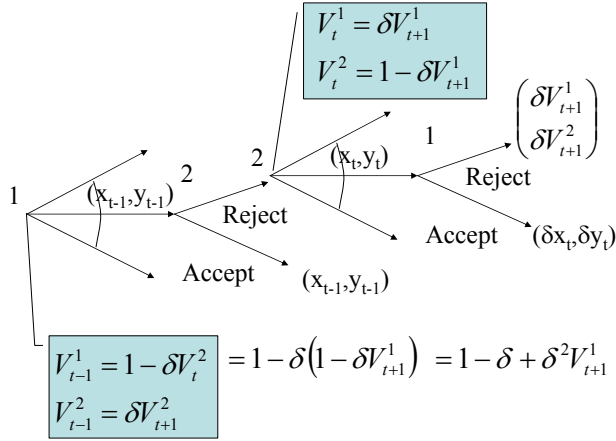
Güz 2005

Ders 10: Alt-oyun Mükemmel Dengesi ve Uygulamaları

## Yol haritası

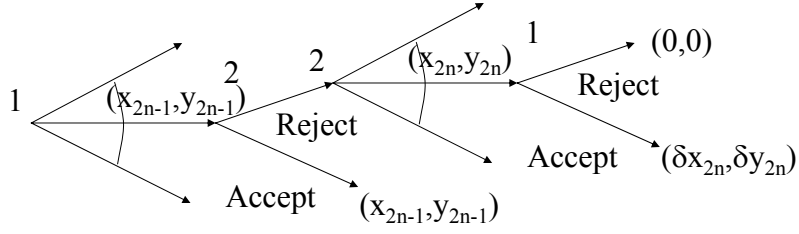
1. Pazarlık - Geriye doğru tümevarım tamamlanması
2. Alt-oyun Mükemmel Dengesi
  - (a) Motivasyon
  - (b) Alt oyun nedir?
  - (c) Tanım
  - (d) Örnek
3. Ufak sınav
4. Pazarlık devam - Alt-oyun mükemmel denge

t+1 gününde i'nin payı=  $V_{t+1}^i$



$$\begin{aligned}
 V_{2n-2k-1}^1 &= 1 - \delta + \delta^2 \boxed{1 - \delta + \delta^2 V_{2n-2k+3}^1} \\
 &= 1 - \delta + \delta^2(1 - \delta) + \delta^4 \boxed{1 - \delta + \delta^2 V_{2n-2k+5}^1} \\
 &= 1 - \delta + \delta^2(1 - \delta) + \delta^4(1 - \delta) + \delta^6 V_{2n-2k+5}^1 \\
 &\quad \vdots \\
 &= (1 - \delta)(1 + \delta^2 + \delta^4 + \dots + \delta^{2k}) \\
 &= \frac{1 - \delta^{2k+1}}{1 + \delta}
 \end{aligned}$$

**n=2**



**Zaman dizgisi -  $\infty$  periyot**

$$T = \{1, 2, \dots, n-1, n.. \}$$

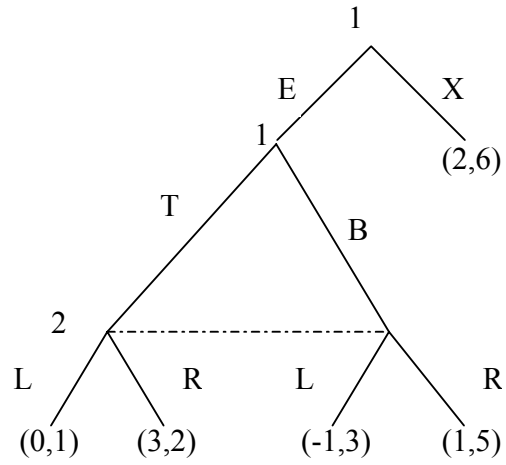
Eğer  $t$  tek sayıysa:

- 1. oyuncu  $(x_t, y_t)$  önerir
- 2. oyuncu kabul eder ya da reddeder
- Eğer kabul ederse, oyun biter,  $\delta^t(x_t, y_t)$  sonucu çıkar
- Aksi durumda,  $t+1$  gününe devam ederiz.

Eğer  $t$  çift sayıysa:

- 2. oyuncu  $(x_t, y_t)$  önerir
- 1. oyuncu kabul eder ya da reddeder
- Eğer kabul ederse, oyun biter,  $\delta^t(x_t, y_t)$  sonucu çıkar
- Aksi durumda,  $t+1$  gününe devam ederiz.

### Bir Oyun



## **Geriye doğru tümevarım**

Sadece sonlu ve kusursuz bilgili oyunlarda uygulanabilir.

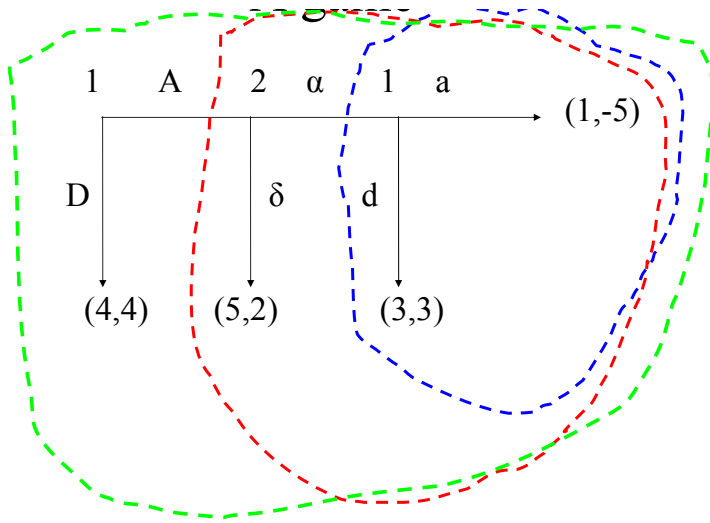
Bunu sonsuz uzunluktaki oyunlara veya kusurlu bilgili oyunlara nasıl genellebiliriz?

### **Bir alt-oyun**

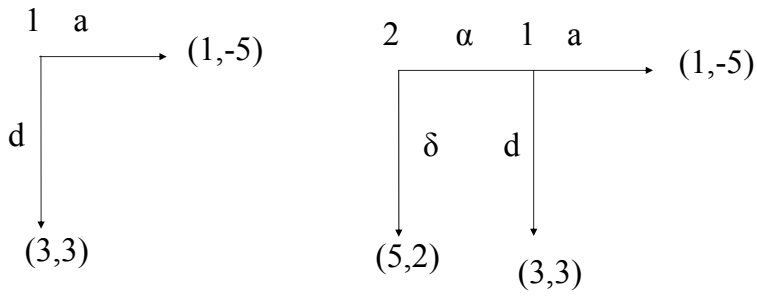
Bir alt-oyun, kendi başına bir oyun olarak düşünülebilen ve ana oyunun bir parçası olan bir oyundur.

- Tek bir başlangıç noktası olmalıdır,
- Başlangıç noktasından itibaren tüm karar noktaları kapsamalldır,
- Eğer bir karar noktası bir alt-oyunda ise, bu noktayı kapsayan tüm bilgi kümesi de bu alt-oyunun içinde olmalıdır.

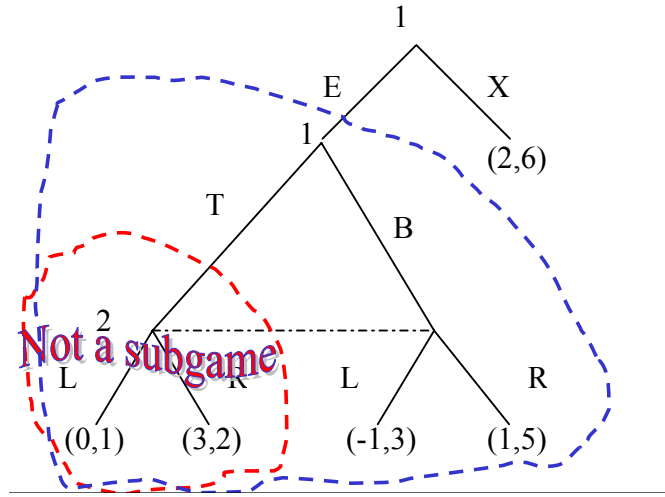
## Bir oyun



## ve alt-oyunları



## Bir oyun

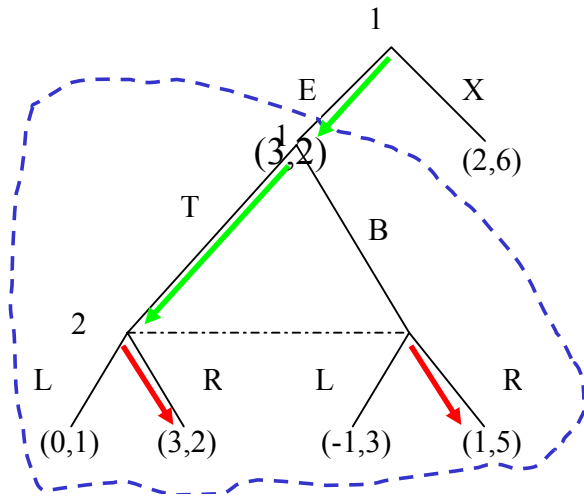


## Tanımlar

Bir alt-strateji, bir stratejinin bir alt-oyundaki izdüşümüdür.

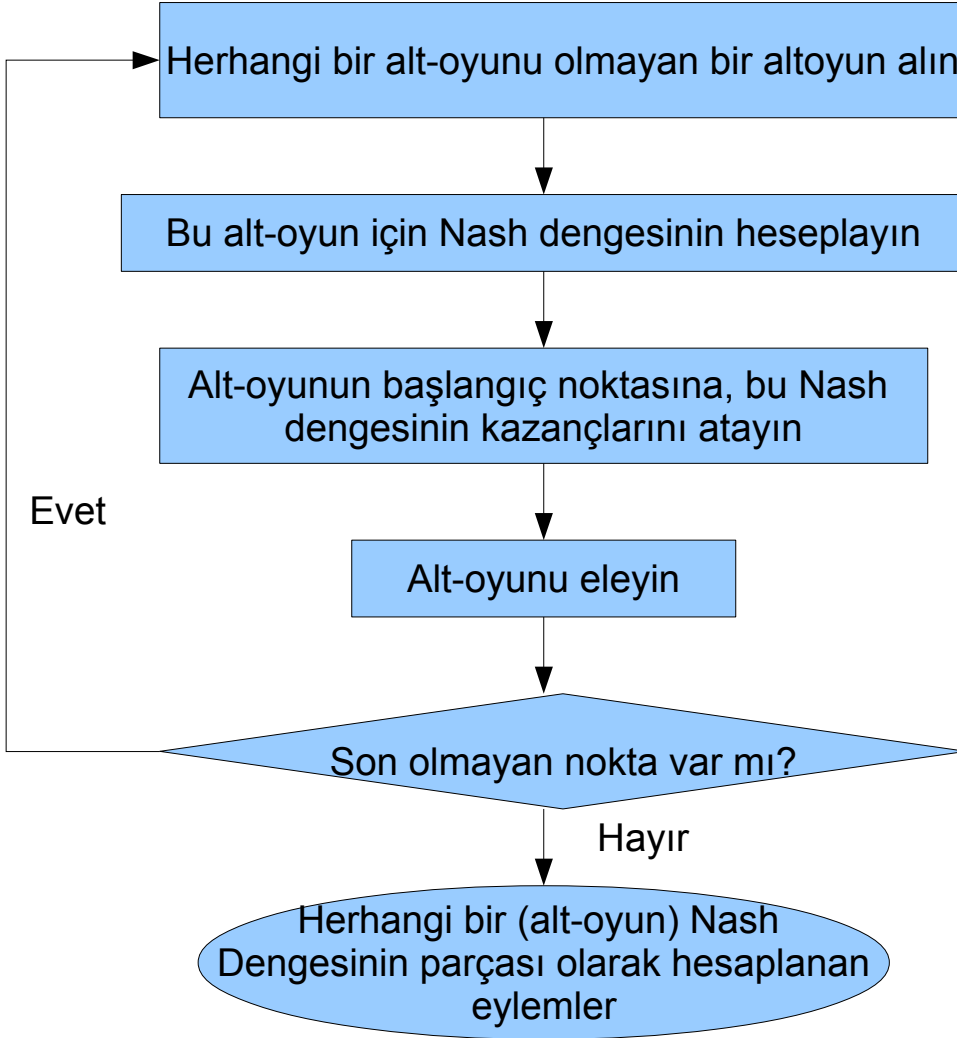
Bir alt-oyun mükemmel Nash dengesi, alt-strateji vektörü her alt-oyunda Nash dengesi olan bir Nash dengesidir.

# Örnek





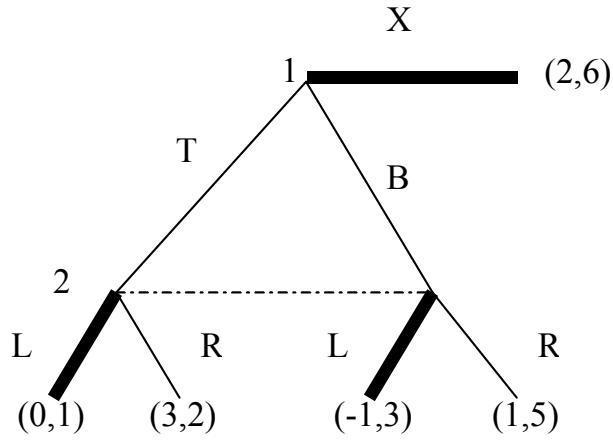
## Geriye doğru tümevarım benzeri bir metod



## Teorem

Sonlu ve kusursuz bilgili bir oyunda, alt-oyun mükemmel dengelerin kümesi, geriye doğru tümevarımla hesaplanmış strateji vektörlerinin kümesidir.

Bir alt-oyun mükemmel denge?



## Zaman dizgisi - $\infty$ periyot

$$T = \{1, 2, \dots, n-1, n.. \}$$

Eğer t tek sayıysa:

- 1. oyuncu  $(x_t, y_t)$  önerir
- 2. oyuncu kabul eder ya da reddeder
- Eğer kabul ederse, oyun biter,  $\delta^t(x_t, y_t)$  sonucu çıkar
- Aksi durumda, t+1 gününe devam ederiz.

Eğer t çift sayıysa:

- 2. oyuncu  $(x_t, y_t)$  önerir
- 1. oyuncu kabul eder ya da reddeder
- Eğer kabul ederse, oyun biter,  $\delta^t(x_t, y_t)$  sonucu çıkar
- Aksi durumda, t+1 gününe devam ederiz.

$$t = 2n - 2k - 1 \quad \mathbf{n} \rightarrow \infty$$

$$x_t = \frac{1 - \delta^{2k+1}}{1 + \delta} = \frac{1 - \delta^{2n-t}}{1 + \delta} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + \delta}$$

Bir ATD: Her t anında,

- teklif veren, diğer oyuncuya  $\delta/(1 + \delta)$  önerir  
ve  $1/(1 + \delta)$  yı kendisine ister
- teklifi alan teklifi kabul eder ancak ve ancak en az  $\delta/(1 + \delta)$  alırsa.

### Banka

