

14.12 Oyun Teorisi

Muhamet Yıldız

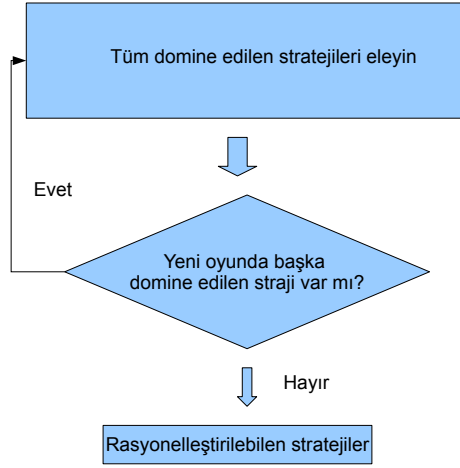
Güz 2005

Ders 6: Rasyonelleştirilebilirlik ve Nash Dengesi
Uygulamaları

Yol haritası

1. Özet
2. Cournot rekabeti
3. Ufak sınav
4. Basitleştirilmiş fiyat rekabeti
5. İki bilindik oyun
6. Ortaklık oyunları
7. Karma strateji Nash dengesi

Rasyonelleştirilebilirlik



Nash Dengesi

Tanım: Bir strateji vektörü, $s^* = (s_1^*, \dots, s_N^*)$, bir **Nash dengesidir**, ancak ve ancak, tüm i 'ler ve $\forall s_i \in S_i$ için

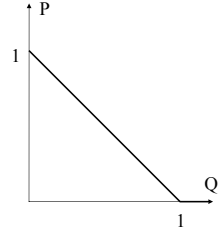
$$u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i^*, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*) \geq u_i(s_1^*, \dots, s_{i-1}^*, s_i, s_{i+1}^*, \dots, s_n^*)$$

olmalıdır.

yani, hiçbir oyuncunun diğer oyuncuların ne yaptığını bildiği durumda çark etme isteği yoktur.

Cournot Oligopolü

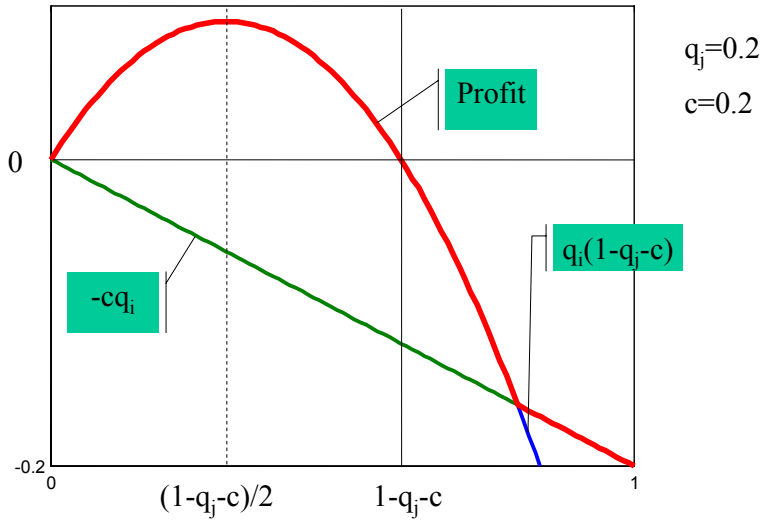
- $N = \{1, 2, \dots, n\}$ firma var;
- Eşzamanlı olarak her firma i , c marjinal maliyetinde, q_i üretirler
- ve ürünlerini $P = \max\{0, 1 - Q\}$ fiyatından satarlar, öyle ki,
 $Q = q_1 + \dots + q_n$.



- Oyun = $(S_1, \dots, S_n; \pi_1, \dots, \pi_n)$ şeklindedir, öyle ki, $S_i = [0, \infty)$,

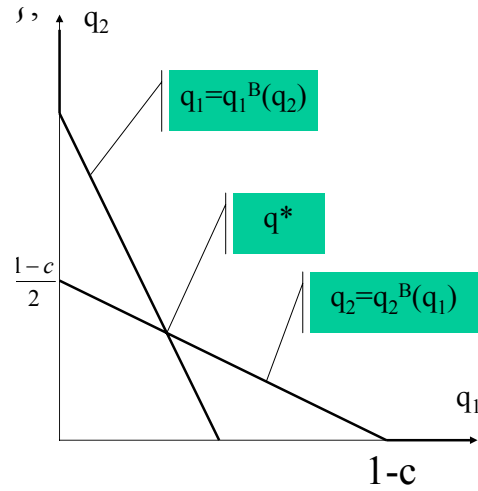
$$\pi_i(q_1, \dots, q_n) = \begin{cases} q_i[1 - (q_1 + \dots + q_n) - c] & \text{eğer } q_1 + \dots + q_n < 1 \\ -q_i c & \text{diğer durumlarda} \end{cases}$$

Cournot Oligopolü - Kar



Cournot Oligopolü - En iyi tepkiler

$$q_i^B(q_j) = \max\{(1-q_j-c)/2, 0\};$$



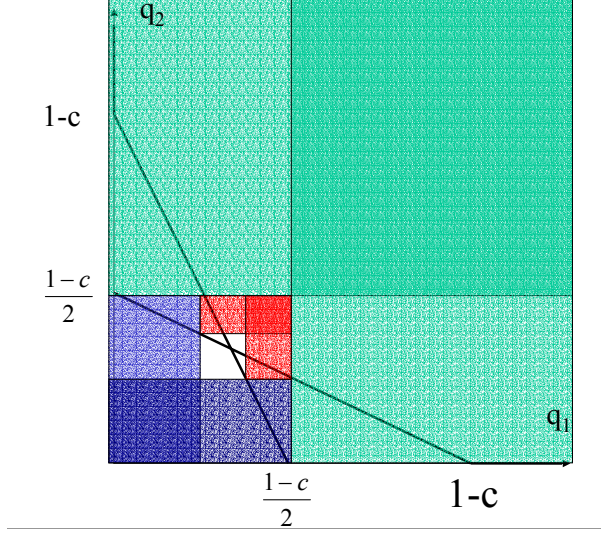
- Nash dengesi q^* :

$$q_1^* = (1-q_2^*-c)/2;$$

$$q_2^* = (1-q_1^*-c)/2;$$

- $q_1^* = q_2^* = (1-c)/3$

Cournot duopolünde Rasyonelleştirilebilirlik



Cournot duopolünde Rasyonelleştirilebilirlik

- Eğer i $q_j \leq q$ olduğunu biliyorsa, $q_i \geq (1 - c - q)/2$
- Eğer i $q_j \geq q$ olduğunu biliyorsa, $q_i \leq (1 - c - q)/2$
- Biliyoruz ki, $q_j \geq q^0 = 0$.
- O zaman, $q_i \leq q^1 = (1 - c - q^0)/2 = (1 - c)/2$ her i için.
- O zaman, $q_i \geq q^2 = (1 - c - q^1)/2 = (1 - c)(1 - 1/2)/2$ her i için.
- ...
- O zaman, $q^n \leq q_i \leq q^{n+1}$ veya $q^{n+1} \leq q_i \leq q^n$ öyle ki,

$$q^{n+1} = (1 - c - q^n)/2 = (1 - c)(1 - 1/2 + 1/4 - \dots + (-1/2)^n)/2.$$
- $n \rightarrow \infty$ olduğunda, $q^n \rightarrow (1 - c)/3$.

Cournot duopolünde Rasyonelleştirilebilirlik

1. $n=3$ (çok yardımcı değil!!!!)
2. herkes rasyonel
3. $\Rightarrow q_i \leq (1 - c)/2$
4. herkes rasyonel ve 2'yi biliyor.
5. $\Rightarrow q_i \geq 0$
6. herkes rasyonel ve 4'ü biliyor.
7. $\Rightarrow q_i \leq (1 - c)/2$
8. herkes rasyonel ve 6'yı biliyor.
9. $\Rightarrow q_i \geq 0$

Cournot oligopolü - Denge

- $q > 1 - c$ kesin domine edilir, dolayısıyla $q \leq 1 - c$.
- $\pi_i(q_1, \dots, q_n) = q_i[1 - (q_1 + \dots + q_n) - c]$ her i için.
- Birinci türev:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \pi_i(q_1, \dots, q_n)}{\partial q_i} \right|_{q=q^*} &= \left. \frac{\partial [q_i(1 - q_1 - \dots - q_n - c)]}{\partial q_i} \right|_{q=q^*} \\ &= (1 - q_1^* - \dots - q_n^* - c) - q_i^* = 0. \end{aligned}$$

- Yani,

$$\begin{aligned} 2q_1^* + q_2^* + \dots + q_n^* &= 1 - c \\ q_1^* + 2q_2^* + \dots + q_n^* &= 1 - c \\ &\vdots \\ q_1^* + q_2^* + \dots + 2q_n^* &= 1 - c \end{aligned}$$

- Dolayısıyla, $q_1^* = \dots = q_n^* = (1 - c)/(n + 1)$.

Basitleştirilmiş fiyat rekabeti

- 2 firma bir markette 2 birimlik taleple karşı karşıyalar
- Firmalar eş zamanlı olarak fiyat seçiyorlar, p_1 ve p_2 ;
- Fiyat düşük (4), orta (5) veya yüksek (6) olabilir.
- Daha düşük fiyatlı firma 2 birim satar;
- eğer fiyatlar eşitse ikisi de 1 birim satar.

Basitleştirilmiş fiyat rekabeti

		Firm 2		
		High	Medium	Low
Firm 1	High	6,6	0,10	0,8
	Medium	10,0	5,5	0,8
	Low	8,0	8,0	4,4