

# 14.12 Oyun Teorisi

Muhamet Yıldız

Güz 2005

Ödev 6

- (Bu soru, sınıfta oynadığımız bir oyunun dengesini hesaplamanızı istiyor.) Ortak bir mala sahip 2 oyuncu var, 1 ve 2. Malın değeri,  $i$  oyuncusu için  $v_i$ 'dir ve  $v_1$  ve  $v_2$   $[0, 1]$  üzerine tekdüze dağılıma tabi bağımsız ve eşlenik dağılımlıdır.  $v_i$  değeri  $i$  oyuncusu tarafından özel olarak bilinmektedir. Eş zamanlı olarak, her oyuncu  $i$ , bir teklif olarak  $b_i$  reel sayısı bildirir. En yüksek teklifi veren oyuncu malı 'kazanır'; eğer teklifler eşitse, kazanan'ı belirlemek için yazı-tura atarız. Kazanan oyuncu  $i$ , malı alır ve  $b_i$  kadar bir ödeme yapar. (Eğer  $i$  kazanırsa, o zaman  $u_i = v_i - b_i$  ve  $u_j = b_i$  olur.)
  - Simetrik, lineer bir Bayezyen Nash dengesi bulun, öyle ki,  $a$  ve  $c$ 'nin sabit oldukları  $b_i(v_i) = a + cv_i$  şeklinde olsun.
  - Herhangi bir simetrik Bayezyen Nash dengesi düşünün, öyle ki,  $v_i$ 'nin teklifi, kesin artan ve türevlenebilir  $b$  fonksiyonu için  $b(v_i)$  olsun.  $b$ 'nin sağlayacağı bir diferansiyel denklem bulun.
  - (Bonus, 5 puan) Diferansiyel denklemi çözün.
  - (Opsiyonel <sup>1</sup>) Sınavda ne teklifi verdiniz ve mala biçtiğiniz değer neydi?
- (Bu soru da sınıfta oynadığımız bir oyun hakkındadır.) Sınıfta  $n$  tane öğrenci vardır. Bir sertifikamız var ve bunun her öğrenci  $i$  için değeri  $v_i$ 'dir, öyle ki,  $v_i$   $i$  tarafından özel olarak bilinmektedir ve  $(v_1, \dots, v_n)$   $[0, 100]$  üzerine tekdüze dağılıma tabi bağımsız ve eşlenik dağılımlıdır. Eş zamanlı olarak, her

---

<sup>1</sup>Opsiyonel, yanıtınız karşılığında puan alamayacaksınız demektir

oyuncu  $i$ , bir teklif olarak  $b_i$  reel sayısı bildirir. En yüksek teklifi veren oyuncu sertifikayı 'kazanır'; eğer en yüksek teklifi veren birden fazla oyuncu varsa, kazanan'ı en yüksek teklifi verenler arasından rastgele seçeriz. Kazanan oyuncu  $i$ , sertifikayı alır ve profesöre  $b_i$  kadar bir ödeme yapar. [**İpucu:**  $Pr(\max_{j \neq i} v_j \leq x) = (x/100)^{n-1}$ , tüm  $x \in [0, 100]$ 'ler için.]

- (a) Simetrik, lineer bir Bayezyen Nash dengesi bulun, öyle ki,  $a$  ve  $c$ 'nin sabit oldukları  $b_i(v_i) = a + cv_i$  şeklinde olsun.
  - (b) Sertifikaya  $v_i$  değeri biçen bir öğrencinin dengesindeki kazancı nedir?
  - (c)  $n = 80$  olsun. Sertifikaya  $v_i$  değeri biçen bir öğrenci, bu oyunu oynamak için ne kadarlık bir ödeme (kayıp fırsatlar ve sınıfta otururken çekeceği sıkıntı cinsinden) yapmayı ister? En şanslı ve en şanssız öğrenci arasındaki kazanç farkı ne kadardır?
3. Bir gazoz firması, XC, yeni bir gazoz piyasaya sürer ve bunu temsili bir tüketiciye satmak ister. Gazoz İyi ya da Kötü olabilir. İyi olma olasılığı 0.6'dır. Gazozun İyi mi Kötü mü olduğunu bilen gazoz firması, ürünün için bir reklam seviyesi seçer, öyle ki, ya Bol Reklam, ki bu firmaya  $c$ 'ye mal olur, ya da Hiç Reklam, ki bunun firmaya maliyeti yoktur. Temsili tüketici, gazozun İyi mi Kötü mü olduğunu bilmeden ama firmanın ne kadar reklam yaptığını görerek, ürünü alıp almama kararı verir. Fiyatı düşükten sonra, temsili tüketicinin ürünü almaktan elde edeceği kazanç, eğer ürün İyi ise 1, Kötü ise -1'dir. Ürünü almazsa kazancı 0'dır. Eğer ürün İyi ise ve tüketici ürünü alırsa (ve dolayısıyla ürünün İyi olduğunu öğrenir), o zaman firma gazozu diğer muhtemel tüketicilere de satar ve  $R$  kadar yüksek bir kar elde eder. Eğer gazoz Kötü ise ve temsili tüketici gazozu alırsa, firma sadece  $r$  kadarlık düşük bir kar elde eder. Eğer temsili tüketici gazozu almazsa, firmanın karı 0 olur.  $0 < r < c < R$  olsun.
- (a) Bu durumu formel bir oyun olarak yazın. (Oyun ağacını çizmek yeterlidir.)
  - (b) Farklı tipteki XC'lerin, farklı eylemleri oynadıkları, bir "ayrık" bir tam Bayezyen Nash dengesi bulun. (Bunun tam Bayezyen Nash dengesi olduğunu gösterin.)

(c) Farklı tipteki  $XC$ 'lerin, aynı eylemleri oynadıkları, bir "bileşik" bir tam Bayezyen Nash dengesi bulun. (Bunun tam Bayezyen Nash dengesi olduğunu gösterin.)

(d)  $0 < c < r < R$  durumu için bir denge bulun.

4. Gibbons Problem 4.10

5. (Opsiyonel - Bu problem ödevin bir parçası değildir. Zorlukları seviyorsanız bunu çözmeye çalışın!) 2. soruda, varsayalım ki, her öğrencinin oyuna katılmadan  $C$  miktarını elde etme seçeneği olsun, öyle ki,  $0 < C < 100$ . Ayrıca, altta verilen olaylar dizisi söz konusu olsun.

- Her öğrenci,  $i$ , kendi değerini,  $v_i$ , öğrenir.
- Sonra, her öğrenci oyuna katılıp katılmama kararı verir.
- Sonra, hangi öğrencilerin katıldığını gören öğrenciler, tekliflerini sunarlar.

Bu oyunun simetrik bir tam Bayezyen Nash dengesini bulun.