

Soru 1. WLLN varsayımlarını kaldırmak (Teorem 5.5.2)

- a) $p \lim \bar{X}_n = \mu$ olduğunu Teorem 5.5.2’de X_i için geçerli olan varsayımlar ile gösteriniz- sadece bağımsızlık varsayımını X_i ’lerin ilgisiz olduğu ile değiştiriyoruz.
- b) Şimdi de tüm X_i ’lerin aynı varyansa sahip olması varsayımını tüm varyansların $C < \infty$ şeklinde sınırlanması ile değiştirelim.

Soru 2. Şu yoğunluğu değerlendirin $f_y(y) = \frac{2y}{\theta^2}$, burada $0 < y < \theta, \theta > 0$ ’dir. (b) şikkından sonrası için varsayalım bu dağılımdan Y_1, \dots, Y_n gözlemlerinden oluşan rastsal bir örnekleme gözlemleyebiliyoruz.

- a) Bunun aslında bir yoğunluk olduğunu gösteriniz.
b) Beklemler yöntemi (method of moments) tahmincisi θ ’yı sadece birinci bekleme göre hesaplayınız.
c) Bu tahmincinin varyansını hesaplayınız.
d) θ ’yı örnekleme tahmin etmek için Fisher bilgisini hesaplayınız.
e) (c) ve (d)’deki sonuçlarınızı karşılaştırın ve yorumlayın.

Soru 3. Varsayalım Poisson (λ) dağılımından bir rastsal örneklem alalım. Herbir X_i için olasılık yoğunluğu şudur: $f_x(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$ burada $0 \leq \lambda < \infty$ ve $x=1, 2, 3, \dots$ ’dir. Hem ortalama hem de varyans λ ’ya eşittir.

- a) Şu sınamayı yaptığınızı düşünün: $H_0 : \lambda = \lambda_0$ ve $H_a : \lambda = \lambda_1 > \lambda_0$. Bu sınamanın büyük $\sum X_i$ için reddettiğini gösteriniz.
b) Bu test istatistiği için örnekleme dağılımını hesaplayınız (kritik değerin hesaplanması için gereklidir). (Dikkat ediniz: kritik değeri açıkça hesaplamaya gerek yoktur.)
c) $H_0 : \lambda = \lambda_0$ ve $H_a : \lambda > \lambda_0$ sınaması için bir UMP testi mevcut mudur? Açıklayınız.

Soru 4. Bir rastsal değişken X ve $Y = a + bX$ dönüşümünü değerlendiriniz. Bu iki rastsal değişken arasındaki ilişki nedir?