

1. Tutarlılığı değerlendirme: *Bu problem yansızlık ve tutarlılık arasındaki farkları vurgulamaktadır.*

Varsayalım OLS'in standart varsayımları altında şu modelin parametrelerini tahmin etmek istiyorsunuz:

$$y_i = \beta_1 + \frac{1}{\beta_2} x_i + \varepsilon_i$$

Şu regresyon üzerine OLS uygulayarak

$$y_i = \delta_1 + \delta_2 x_i + \varepsilon_i,$$

$\hat{\delta}_2$ 'i elde edelim ve sonra da şu tahminciyi kullanalım: $\hat{\beta}_2 = \frac{1}{\hat{\delta}_2}$

- $\hat{\beta}_2$ yansız mıdır?
- $\hat{\beta}_2$ tutarlı mıdır? Eğer evet ise, ispatlayınız ve gereken varsayımları açık olarak belirtiniz.
- $\hat{\beta}_2$ 'nin yanaşık dağılımını türetiniz.
- Ek varsayım olarak ε 'un normal olmasını kullanarak, β_2 'nin en çok olabilirlik (maximum likelihood) tahmincisini türetiniz.

2. Tutarlılığı değerlendirme II: *Bu problem, verisetinde eksik/kayıp gözlemlerin olduğu ama bunlar için vekillerin (proxy) bulunduğu durumda tutarlılığı değerlendirmeyi hedeflemektedir.*

Şu ilişkiyi tahmin etmek isteyelim:

$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i$, burada standart OLS varsayımları tekrar sağlanmış olsun. Ne yazık ki, x verisinde bazı gözlemler eksik olsun; fakat, x için vekil olarak z daima mevcut olsun. Vekil şunu sağlar: $x = z + \eta$, burada η hem z hem ε ile ilişkili değildir.

- x 'in eksik değerleri ile kullanıldığında OLS tutarlı mıdır?
- Mevcutken x değerlerinin kullanıldığı, x mevcut değilken z değerlerinin kullanıldığı OLS tutarlı mıdır?
- (b) şikkında belirtilen tahminci için her zamanki OLS standart hata formüllerinin kullanımı doğru mudur? Eğer $\beta = 0$ ise, sonuç değişir mi?
- $\beta = 0$ sıfır önsavını sınamak için yukarıda belirtilen tahmin işlemlerinden hangisini tercih edersiniz? Neden?

3. Farklı yayılım dirençli standart hatalar ve sınav işlemleri: *Bu problem, Ödev 6'daki Soru 6'nın (a) ve (b) bölümlerini farklı yayılım varsayımı ile tekrar etmenizi gerektirmektedir. Farklı yayılım aşağıdaki tahminleri ve önsav sınamalarını nasıl etkilemektedir?*

a) Şu şekildeki bir Cobb-Douglas üretim fonksiyonunu tahmin ediniz

$$\ln Q_i = \beta_1 + \beta_2 \ln L_i + \beta_3 \ln K_i + \varepsilon_i$$

Dirençli standart hataları belirtiniz. Sonuçları dirençli olmayan standart hatalar ile elde edilenler ile karşılaştırınız.

b) Ölçeğe göre sabit getiri önsavını varyans matrislerinin dirençli tahminlerini kullanarak test ediniz. Hangi anlamlık düzeyinde reddedebiliyorsunuz? Sonuçları dirençli olmayan durumda elde edilenlerle karşılaştırınız.

4. Normallik Ötesinde Küçük Örneklemde Çıkarsama: Dersin sayfasında yer alan “Sonlu Örneklemde Normallik Olmadan Çıkarsama” dosyasını okuyunuz. Örnek 3’teki soruyu çözünüz. Bu soru Temin (2005) çalışması üzerinedir.

5. Dersin hızlı bir tekrarı: Şu modeli kullanınız: $Y = X\beta + \varepsilon$, burada her bir t için $\varepsilon_t \sim \sigma(e_t - 1)$ ’dir; e_t ise $E(e_t) = 1, \text{Var}(e_t) = 1$ olan standart üstel değişkendir. Varsayalım X değerleri ε ’dan bağımsız olsun. Varsayalım (x_t, ε_t) ’ler için iid olsun.

a) Bu model için Gauss-Markov varsayımları geçerli midir?

b) En küçük kareler tahmincisi $\hat{\beta}$ ’yi dikkate alınız. $E\left[\hat{\beta} \mid X\right]$ ve $\text{Var}\left[\hat{\beta} \mid X\right]$ ’i

hesaplayınız. $\hat{\beta}$ sonlu örneklemde X üzerine koşullu olarak normal dağılımlı mıdır?

c) Dikkatli ama kısa bir şekilde BLUE kavramını açıklayınız. Bu kurguda OLS tahmincisi BLUE’ mudur?

d) Aşağıdaki etkiyi tahmin ettiğinizi düşününüz:

$$E\left[y_t \mid x_t = x_t''\right] - E\left[y_t \mid x_t = x_t'\right] = (x_t'' - x_t')' \beta$$

Bu tür bir etkinin ilginç olabileceği bir iktisadi örnek veriniz. Bu etki için

$(x_t'' - x_t')' \hat{\beta}$ BLUE’ mudur? Neden ya da neden değil?

e) (Ekstra) Bu model için OLS en iyi yansız tahminci (BUE) midir? Kısa bir cevap yeterlidir.

f) $\hat{\beta}$ ’nın büyük örneklem için dağılımı nedir? İhtiyacınız olan diğer varsayımları kullanabilirsiniz (Not: üst seviye varsayımlar sadece kısmen puan alacaktır).

g) $\hat{\beta}$ ’nın büyük örneklem varyansı için tutarlı bir tahminciyi türetiniz. İhtiyacınız olan ek varsayımlarda bulunarak bu tutarlılığı ispat ediniz.

h) Varsayalım şu önsavı sınamak istiyoruz: $H_0 : \beta_j = 0$ ’a karşı $H_A : \beta_j < 0$. Bu önsavı sınamak için bir t-istatistiğini oluşturunuz. Bu istatistiğin limit dağılımını çıkartınız ve anlamlılık düzeyini %5’te tutabilmek için bu önsavda kritik değeri nasıl seçmemiz gerektiğini ifade ediniz.

i) Varsayalım örneklem büyüklüğü $n=6$ olsun. Büyük örneklem dağılımının, Soru (h)’deki t-istatistiğinin kesin dağılımı için iyi bir yaklaştırma olmasını bekler misiniz? t-istatistiği için kesin dağılımın nasıl oluşturulacağını belirtiniz. Soru (h)’deki önsavı sınamak için kullanılacak p-değerlerini (ya da kritik değerler) $n=6$ için dahi geçerli olacak şekilde nasıl oluşturursunuz?