

MIT OpenCourseWare
<http://ocw.mit.edu>

14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş
Bahar 2009

Bu materyale atıfta bulunmak ve kullanım koşulları için <http://ocw.mit.edu/terms> sayfasını ziyaret ediniz.

14.30 Sınav I

Bahar 2008

Açıklamalar: Bu, kitapların ve notların kapalı olduğu bir sınav olacaktır. Hesap makinası kullanabilirsiniz. Lütfen önce sınavı baştan sona okuyarak anlaşılmayan yerleri sorunuz ve sorulara harcayacağınız zamanı ayarlayınız. Hesaplama hatalarının yapılması durumunda kısmi puan almak için lütfen yaptığınız bütün işlemleri gösteriniz. Sınavı bitirmek için aşağı yukarı 85 dakikanız var. İyi şanslar.

1. (30 Puan) Kısa Sorular

Bu sorular için çok fazla zaman harcamayın, Her birisi için kısa cevap yeterli olacaktır.

(a) n bağımsız ardışık denemenin her birisi “başarı” (p olasılıkla) veya “başarısız”lıkla ($1-p$ olasılıkla) sonuçlanır, başarının toplam sayısı x 'in pdf'si olan $f_X(x)$ nedir? Bütün reel sayılar için p.d.f. belirleme konusunda çok dikkatli olunuz.

(b) Size aşağıdaki bileşik p.d.f verilmiştir,

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c \exp\{-(x+y)(x-y)\} & \text{eğer } x \in [-2, 2], y \in [-2, 2] \text{ ise} \\ 0 & \text{diğer bütün durumlarda} \end{cases}$$

burada c yoğunluk integralini 1 yapan pozitif bir sabit değerdir. X ve Y bağımsız mı?

(c) Hamile bir kadın doktoruna giderek görme bozukluğu hakkında şikâyet eder. “Merak etme” der doktor “görme bozuklukların ardından çok az oranda düşük yapma veya başka bir sorun ortaya çıkar”. Hastanın rahatlamak yerine neden meraklanması gerektiği konusunda, tercihen bir formül kullanarak, kısa bir açıklama yapınız.

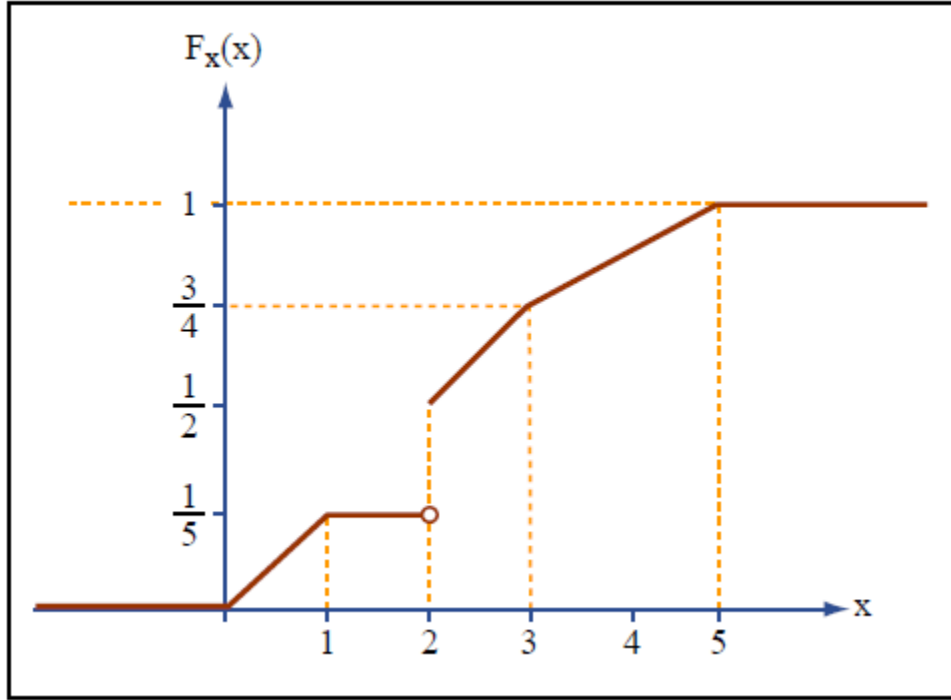
Doğur/Yanlış/Belirsiz: Eğer ifade doğru ise her zaman kısa bir açıklama yapınız, ya da eğer ifade yanlış veya belirsiz ise örnek veriniz.

(d) Tesadüfi çekilişte kullanılabilecek bir alette (bir desteden bir kart çekmek gibi) aynı şekilde gerçekleşmiş iki olay bağımsız olamaz.

(e) Prensipde, hesaplamak çok zor olsa da, bir kişi marjinal dağılımlar verilmişken her zaman rasgele değişkenlerin bileşik dağılımını bulabilir.

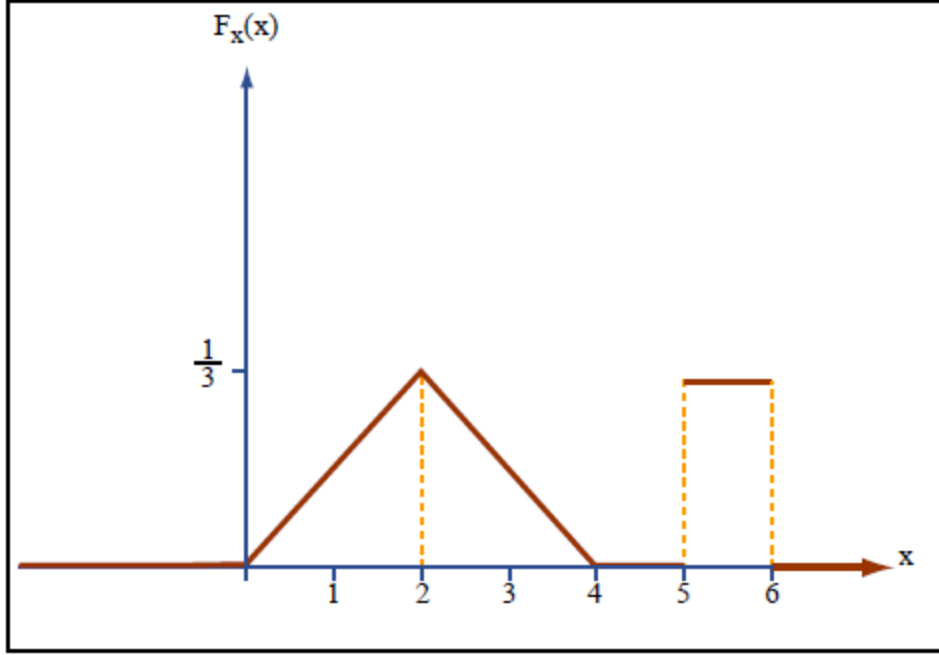
2. (20 Puan)

(a) Aşağıdaki fonksiyonun geçerli bir CDF olduğunu doğrulayın. Eğer doğru ise, ilintili PDF'nin grafiğini çiziniz.



Kaynak: MIT OpenCourseWare

(b) Aşağıdaki fonksiyonun geçerli bir PDF olduğunu doğrulayın ve ilintili CDF grafiğini çiziniz.



Kaynak: MIT OpenCourseWare

3. (30 Puan) Lucy bilişsel bir bilim adamının laboratuvarında yaşayan bir şempanzedir. Gününü harfler ile oyun oynayarak geçirir, fakat harflere hiçbir anlam yüklediği gibi herhangi bir harf için herhangi bir tercihi de yoktur.

(a) Bilim adamı Lucy'e içinde her birisinin üzerinde bir harf yazılı 16 küp olan bir kutu verir. Bazı harfler birden fazla görünür – daha açık olmak gerekirse harfler şöyledir:

C IIII M NN O PP SSSS W

Lucy'den küpleri bir sıra halinde dizmesi istenir. Küplerin harfleri okunduğunda, sıra büyük olasılıkla "MISSISSIPPI" ile mi yoksa "WISCONSIN" ile mi başlar? İpucu: her iki olasılığı hesaplamak yerine, olasılıkların oranının 1'den büyük olup olmadığını kontrol etmek daha pratik olabilir, böylece bir çok kelimeyi elimine edebilirsiniz.

(b) Sonunda LUCY'nin küpleri sağa sola veya deneyi yapanlara fırlatmayı tercih ettiği anlaşılır, bu nedenle bilim adamları küpleri üzerinde 16 tuş olan bir klavye ile değiştirmeye karar verirler. Tuşlarda şu harfler yazılıdır: C(1 tuş), I(4 tuş), M(1 tuş), N(2 tuş), O(1 tuş), P(2 tuş), S(4 tuş) ve W(1 tuş). Açık olmak gerekirse, tuşların sayısı, bir önceki problemdeki küplerin sayısı ile aynıdır. Lucy bir tuşa

eşit olasılıkla basar. Eğer 16 karakteri art arda yazarsa, “MISSISSIPPI” ile mi yoksa “WISCONSIN” ile mi başlama olasılığı daha yüksektir?

(c) (b)'deki deneyde, karakter dizisinin herhangi bir yerinden başlayarak art arda yazılan 16 karakter büyük olasılıkla “MISSISSIPPI”yi mi yoksa “WISCONSIN”ni mi içerir?

4. (20 Puan) Bir çok kuru iklimli bölgede, ekinler *dairesel sulama* mekanizma ile sulanır: sulama için kullanılacak su tarlanın tam ortasında bulunan bir kuyudan pompa ile çekilir ve tarlaya dağıtılır. Bu, merkezin etrafında saatin ibresi gibi dairesel alanda dönen uzun düz bir borunun üzerine yerleştirilmiş fıskiyele yapılmaktadır. Bu, özellikle ekinlerin sadece kuyunun etrafında belli bir R yarıçaplı (böyle bir sistem için standart uzunluk 1/4 mildir) daire içerisinde ekildiği anlamına gelmektedir. Sulama için kullanılan toplam su miktarı 1'e normalize edilmiştir.

- a) (a) Varsayalım ki boru üzerinde bir belli bir zaman diliminde aynı miktarda su boşaltan fıskiye sırası vardır ve kol daire etrafında sabit bir hızla dönmektedir. Orijini dairenin merkezi olacak şekilde düz bir koordinatlar (x, y) sistemi yerleştirirsek (böylece daireye $x^2 + y^2 \leq R^2$ gibi (x, y) koordinatları verilmiş olur), rasgele bir su damlasının düşeceği koordinatın, bir oransal faktöre kadar (yani karmaşık integral almaya gerek kalmadan), bileşik pdf'si nedir? Sezgisel olarak, tarlanın belli bir alanın alacağı su miktarı bakımından bu ne anlama gelmektedir? Tarlanın herhangi bir bölümü diğer bölümlere göre daha fazla su alır mı?
- b) Eğer bütün daire boyunca aynı ekini ekmek isterseniz, bütün ekinin aşağı yukarı aynı miktarda su almasını istersiniz. Alan boyunca suyun dağılışını, boru belli bir konumdayken, merkezden r kadar uzakta bulunan bir fıskiyeden çıkan su miktarı q ile kontrol edebilirsiniz. Borunun konumu merkezden kenardaki belli bir noktaya çizilen bir doğru ile boru arasında oluşan w açısı ile belirlenmektedir. Eğer sistem sabit bir hızla dönerse, $q(r,w)$ 'yu nasıl seçmek zorunda olurdunuz?