

MIT OpenCourseWare
<http://ocw.mit.edu>

14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş
Bahar 2009

Bu materyale atıfta bulunmak ve kullanım koşulları için <http://ocw.mit.edu/terms> sayfasını ziyaret ediniz.

Problem Seti 9

14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş

Konrad Menzel

Son Gün: Mayıs 8 2009

Soru Bir: Güven Aralığı

(Bain/Engelhardt p.384'ten uyarlanmıştır)

1. Eğer $\sigma^2 = 15$ olduğu biliniyor ise, $n = 16$ iken, $\bar{x} = 25.3$ tahminine dayanarak μ için %90'lık güven aralığı belirleyiniz.
2. (1) 'deki bilgiye dayanarak, μ için tek taraflı alt %90'lık güven sınırını belirleyiniz. Aynı zamanda, μ için tek taraflı üst %90'lık güven sınırını da belirleyiniz.
3. $(\bar{x} - \Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \Phi^{-1}(1 - \frac{\alpha}{2})\frac{\sigma}{\sqrt{n}})$ ile verilen güven aralığı formuna göre, belli bir λ genişliğindeki bir aralığı oluşturmak için gerekli örneklem büyüklüğünü bulmak için bir formül elde ediniz. Eğer $\sigma^2 = 9$ ise, 2 genişliğindeki %90'lık güven aralığını oluşturmak için gerekli olan örneklem büyüklüğü nedir?
4. Varsayalım ki şimdi σ^2 bilinmiyor. Eğer $n = 16$ iken, $\bar{x} = 25.3$ ve $s^2 = 15.21$ ise, %90'lık güven aralığını belirleyiniz.
5. (4) 'teki veriye dayanarak, σ^2 için %99'luk güven aralığı belirleyiniz. Aynı şekilde $n = 14$ içinde belirleyiniz. (İpucu: $\frac{n \cdot s^2}{\sigma^2}$ 'nin dağılımı nedir? Normal dağılıma yaklaşan bir χ_{n-1}^2 'dir, ner nasılsa normal dağılıma yaklaşmaktadır, fakat bu bölüm için χ_{n-1}^2 'i kullanınız.)
6. σ^2 için şimdi de normal tahmini kullanarak %99'luk güven aralığı elde ediniz. Aynısını $n = 14$ için de gösteriniz. Tahmininiz $n = 16$ ve $n = 14$ için akla uygun mu? Açıklayınız.

Soru İki: Ampirik Örnekler

Aşağıdaki veri belli bir uçakdaki klimaların saat cinsinden kaç kere bozulduğu ile ilgilidir: 74, 57, 48, 29, 502, 12, 70, 21, 29, 386, 59, 27, 153, 25, 232. Verinin üstel bir $X_i \sim EXP(\theta)$ dağılımından elde edilen bir rasgele örneklemin gözlemlenmiş değerleri olduğunu varsayın.

1. Bozulmalar arasındaki ortalama zaman, θ , için % 90'lık bir güven aralığı oluşturunuz.
2. Bozulmalar arasındaki zaman dağılımının 10.nuncu yüzdilik dilimi için tek taraflı bir %95'lik alt güven sınırı oluşturunuz.

Soru Üç: Hipotez Testi Kavramları

1. Boş, H_0 , ve Alternatif, H_a , hipotezi tanımlayınız ve farklarını açıklayınız.
2. 1. Tip hatanın tanımını iki kere yazınız: önce matematiksel ifadeler ile sonra kelimeler ile.
3. Şimdi de 2. Tip hatanın tanımını iki kere yazınız: önce matematiksel ifadeler ile sonra kelimeler ile.
4. Aşağıdaki kutunun "1.Tip hata" ve "2.Tip hata" nın yazılması gereken yerleri doldurunuz:

	H_0 'ı Ret Et	H_0 'ı Ret Etme
H_0 Doğru		
H_a Doğru		

5. Amerika Birleşik Devletleri'nin hukuk sisteminde bir şüphelinin "aksi ispatlanıncaya kadar masum" olduğu ifade edilir. Bu ifadenin eşdeğeri olan boş hipotezi ve tamamlayıcısı alternatif hipotezi yazınız. Ayrıca 1. Tip ve 2. Tip hatayı ifade ediniz. Cevaplarınızı yukarıda soru (4)'teki gibi kutu içinde veriniz.

Soru Dört: Güç Eğrileri

Varsayalım ki aşağıdaki testi yapmak amacıyla bir büyüklüğündeki bir örneklem PDF $f_Y(y) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{y}{\lambda}}$, $y > 0$ 'dan alınmıştır.

$$H_0 : \lambda = 1 \text{ e karşı } H_1 : \lambda > 1$$

Eğer $y > 3.20$ ise boş hipotez ret edilir.

1. 1. Tip hata yapma olasılığını hesaplayınız.
2. $\lambda = 1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3$ veya 3.2 iken 2. Tip hata yapma olasılığını hesaplayınız.
3. 2. Tip hata β ile temsil edilmiş olsun. λ 'ya karşı (2)'de elde edilen $1 - \beta$ noktalarını grafikte gösteriniz ve noktaları birleştiriniz. Şu anda test için bir güç eğrisi oluşturmuş bulunuyorsunuz.

4. Eğer $y \notin [0.25, 1.75]$ olayında boş hipotezi ret edersek, $H_0 : \lambda = 1$ 'e karşı $H_1 : \lambda \neq 1$ testi için düşündüğünüz güç eğrisinin neye benzeyeceğini çiziniz. Simetrik mi ya da çarpık mı olacağına özellikle dikkat ediniz? Cevabınızı desteklemek için $\lambda = 0.25$ ve 1.75 iken 2.Tip hatanın olasılığını da hesaplayınız.

Soru Beş: Hipotez Testinin Uygulamaları

Atlantik Okyanusu'nun belli bölgelerinde çalışan bir ticari balıkçının çabaları bazen balinaların varlığıyla engellenir. İdeal olanı, balıkları ürkütmeden balinaları korkutup uzaklaştırmaktır. Denenmiş stratejilerden bir tanesi ise, deniz altından katil balinaların sesini yaymaktır. Bu tekniğin denendiği 52 durumda, 24 kere işe yaramıştır (yani balinalar kaçıp gitmiştir). Ancak tecrübe göstermiştir ki, balıkçı teknesinin etrafında görülen balinaların %40'ı, büyük bir ihtimalle motorun sesinden ve kötü kokudan ötürü, kendiliğinden uzaklaşırlar.

1. katil balinanın sesini duyan bir balinanın ayrılma olasılığı olsun. $\alpha = 0.05$ güvenirlilik düzeyinde $H_0 : p = 0.40$ 'a karşı $H_1 : p > 0.40$ 'ı test ediniz. Bu sonuçlar, balık avlanan suları istenmeyen balinalardan temizlemek için düşmanın sesini deniz altından yaymanın etkili bir yöntem olduğu tartışılabilir mi?
2. Bu veri için p-değerli hesaplayınız. Hangi α değeri için H_0 ret edilir.

Soru Altı: Bir'e Karşı İki taraflı Hipotezler; Örneklem Varyansı

Varsayalım ki doğum sırasında bebeklerin ağırlığı ortalaması 7 ve varyansı 1 pound olan bir normal dağılımdır. Bir doğum uzmanın hamile kadınlara, bebeklerin ortalamadan 1 pound daha hafif olmalarına neden olan (fakat varyansı hala aynı) yanlış bir diyet önerisinde bulunduğu şüphe ediliyor. Onun doğurduğu $n = 10$ tane bebeğin ağırlıklarını gözlemlediniz. Bebeklerin ortalama ağırlığı 6.2 pounddur.

1. Varsayalım ki, doğum uzmanı kötü öneride bulunmuyor boş hipotezine karşı kötü öneride bulunuyor alternatif hipotezini test etmek istiyorsunuz. Matematiksel olarak boş hipotezi ve alternatif hipotezi yazınız.
2. Boş hipotezin %5'lik testini yapınız.
3. Varsayalım ki siz sadece bebeklerin ağırlıklarının dağılımının ortalamasını biliyorsunuz ancak varyansı bilmiyorsunuz, fakat varyansı tahmin ettiniz, $s^2 = 1.5$. Alternatif hipoteze karşı %5'lik boş hipotez testini yapınız.
4. Eğer alternatif hipotezini doğum uzmanının bebeklerin ağırlığını, pozitif veya negatif olarak, etkilediği şeklinde değiştirseydiniz, yukarıdaki cevaplarınızdan herhangi biri değişir miydi? Eğer değişirse, p-değerlerini ve sonucu ona göre değiştiriniz.