

MIT OpenCourseWare  
<http://ocw.mit.edu>

14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş  
Bahar 2009

Bu materyale atıfta bulunmak ve kullanım koşulları için <http://ocw.mit.edu/terms> sayfasını ziyaret ediniz.

# Problem Seti 2

## 14.30 Ekonomide İstatistiksel Yöntemlere Giriş

Konrad Menzel

Son Gün: 24 Şubat 2009

### Soru 1

Rassal bir değişkenin Binom dağılıma sahip olduğunu hatırlayınız, eğer

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x},$$

ise. Burada  $n$  deneme sayısı ve  $p$  başarılı olma ihtimalidir. Binom dağılım hakkında izleyen ham sorular için, şunları yapınız:  $p$ ,  $n$ , spesifik “denemeler”in, “başarılar”ın neler olduğunu tanımlayınız. Sonra ilgili dağılımı yazınız ve soruları cevaplayınız.

1. Eğer belli bir kutudaki topların yüzde 25’i kırmızı ise, ve eğer kutudan rasgele 15 top yerine koyma yöntemiyle seçilirse, dört taneden fazla kırmızı top elde etmenin olasılığı nedir?
2. (3 puan) Varsayalım ki bir ekonomist Amerika’da asgari ücretle çalışan işçiler için bir anket çalışması organize ediyor, ve on üç ile on dokuz yaş arasında kaç kişinin asgari ücret kazandığını öğrenmek istiyor<sup>1</sup>. Her dört asgari ücretliden birinin 13-19 yaş arasında olduğunu da ayrıca varsayınız. Eğer ekonomist araştırması için 80 asgari ücretliyi bulduysa, tam olarak 14 tane 13-19 yaş arası gençle anket yapma olasılığı nedir? Tam olarak 35 tane anket yapma olasılığı nedir? Araştırmasında en az 5 tane 13-19 yaş arası genç yer alma olasılığı nedir?
3. (Bonus sorusu) bir şehirde kızamık aşısı olmamış 800 çocuk dahil 5000 çocuk vardır. Şehirdeki çocukların yüzde atmış beşi kreşlere kayıtlıdır. Varsayalım ki belediye sağlık birimi bütün kreşlere henüz aşı olmamış çocuklara aşı yapmak için bir doktor ve bir hemşire gönderdi. Kreşlerde tam olarak  $k$  kadar çocuğun henüz aşı olmama olasılığı için bir formül bulunuz. (İpucu: Bu tam olarak bir binom dağılım problemi değildir.)

---

<sup>1</sup> Asgari ücret üzerine yapılan tartışmada, her zaman vurgulana bir nokta asgari ücret ile çalışanların çoğunun orta sınıf on üç yaş ile on dokuz yaş arası gençler olduğudur. Onlar bir aile geçindirmedikleri için, asgari ücreti artırmanın zararı yararını aşar. Bu nokta hiçbir zaman kimseyi ikna etmemiştir.

## Soru İki

Varsayalım ki ağırlık takılmış bir madeni parayı  $n$  defa fırlatınız (tura'nın olasılığı  $p$  ve yazının olasılığı  $q = 1 - p$ ).

1. özellikle  $k$  tura ve  $n-k$  yazı sırasını elde etmenin olasılığı nedir?
2.  $k$  tura ve  $n-k$  yazı elde etmenin olasılığı nedir?
3.  $X \equiv n$  atıştaki tura sayısı olsun.  $X$ 'in yoğunluk olasılık fonksiyonunun nedir?
4. Bu sorunun Birinci Problem setindeki MIT Beaver futbol takımının sorusuyla ilgisi nedir? Açıklayınız.

Varsayalım ki şimdi içinde iki madeni para olan bir şapkanız var. Paralardan biri ağırlıklıdır, biri adildir (düzgün). Rasgele birini seçtiniz ve onu  $n$  defa fırlattınız.

1.  $Y \equiv n$  atıştaki tura sayısı olsun.  $Y$ 'nin P.D.F.'si nedir?
2.  $Y = k$  veri iken, düzgün parayı seçme olasılığınız nedir?

## Soru Üç

Varsayalım ki dengeli iki zarınız var. Aşağıdaki her bir rasgele değişken için olasılık dağılımını belirleyiniz ve çiziniz:

1.  $X$  görünen iki rakam arasındaki farkın mutlak değeri olsun
2.  $Y$  görünen iki rakamın çarpımı olsun
3.  $Z$  görünen çift sayılar olsun

## Soru Dört

Varsayalım ki duman detektörünüz için daha yeni bir pil aldınız ve pilin ömrü, pdf'si aşağıda verilen, rassal bir değişkendir.

$$f_x(x) = ke^{-x/\beta}$$

burada  $x \in (0, \infty)$ .  $t$  ve  $s$ 'nin reel negative olmayan sayılar olduğunu varsayın.

1.  $k$ 'nin değerini p.d.f.'nin özelliklerin kullanarak bulunuz.
2.  $P(X \geq t)$  için bir ifade bulunuz.
3.  $P(X \geq t + s | X \geq s)$  için bir ifade bulunuz.
4. Varsayalım ki pilleriniz  $s$  hafta kadar bitmeden dayandılar. Yukarıdaki cevaplarınıza dayanarak, ilk taktığınız ana göre şimdi pillerin biteceği konusunda daha çok kaygı taşıyor musunuz?

## Soru beş

Varsayalım ki mavi veya kırmızı çiçek açan egzotik bir çiçeğin renginin genetik mirasının izlerini araştırıyoruz. Çiçek, alikonulamayacak (evcilleştirilemeyen) utangaç sincap-maymunu ile ortak yaşam alanına sahip olduğu için, araştırma sorusunu cevaplandırmak için kontrollü bir laboratuvar deneyini yapmanın herhangi bir yolu yoktur.

Her bir çiçek hem “baba”sına hem de “anne”sine ait renk genlerini taşımaktadır, bu nedenle, tabloda görüldüğü gibi çiçeğin genetik bilgisi gen çiftleri ( $G_M$ ,  $G_F$ ) olarak ifade edilebilir:

		BABA	
		B	R
ANNE	B	(B, B)	(B, R)
	R	(R, B)	(R, R)

Eğer n az bir R türü gen (örneğin (R, B) kombinasyonu gibi) içeren herhangi bir çiçek kırmızı açarsa kırmızı çiçek, R, ile ilgili fenotipin (kalıtsal dış görünüş, Ç.N.) *baskın* olduğu söylenir. Ya mavi ya da kırmızı baskındır, fakat çiçeğin bir tek numunesini görmeden önce, her iki ihtimalin eşit olduğunu düşünürüz:

1. R ve B'nin alellerinin eşit sıklıkta olduğunu önceden bildiğimizi varsayalım, yani  $i = F, M$  için  $P_i(B) = P_i(R) = \frac{1}{2}$ 'dir ve “ebeveynler” arasında bağımsızdırlar, yani  $P_{FM}(G_F, G_M) = P_F(G_F) P_M(G_M)$ . Eğer mavi fenotip baskın ise, veri bir numunenin kırmızı açma olasılığı nedir? Eğer R baskın ise, kırmızı açma olasılığı nedir?
2. Bitkinin bir tek numunesini bulmak çok zaman alır, bundan ötürü iki aylık tam destekli MIT botanikçilerinin Amazon yolculuğundan getirebildikleri topu topu 15 çiçekli bir örneklemdi. Eğer R baskın ise, 15 çiçekten 9 tanesinin kırmızı çiçek açma olasılığı nedir?
3. Yolculuktan gerçekte 9 kırmızı ve 6 mavi renkli çiçek ile dönmüştür. Bu veriyken, kırmızı fenotipin baskın olma ihtimali nedir?
4. Aynı sırada bir doktora öğrencisi aynı bölgede aynı araştırma sorusu üzerinde tam iki yıldır çalışmaktadır. Öğrenci, dünyadan tamamen kopuktur ve diğer yolculukların bulgularından henüz haberdar değildir, bu nedenle de çıkarımlarını sadece kendi örneğine dayandırmak zorundadır. Eğer bulduğu N çiçekten x tanesi kırmızı ise, R'nin baskın olma olasılığı nedir? Bu sonucun doğrudan N'ye

değil, fakat sadece kırmızı açma sayısı  $x$  ile mavi açma sayısı  $N-x$  arasındaki farka bağlı olduğunu gösteriniz.